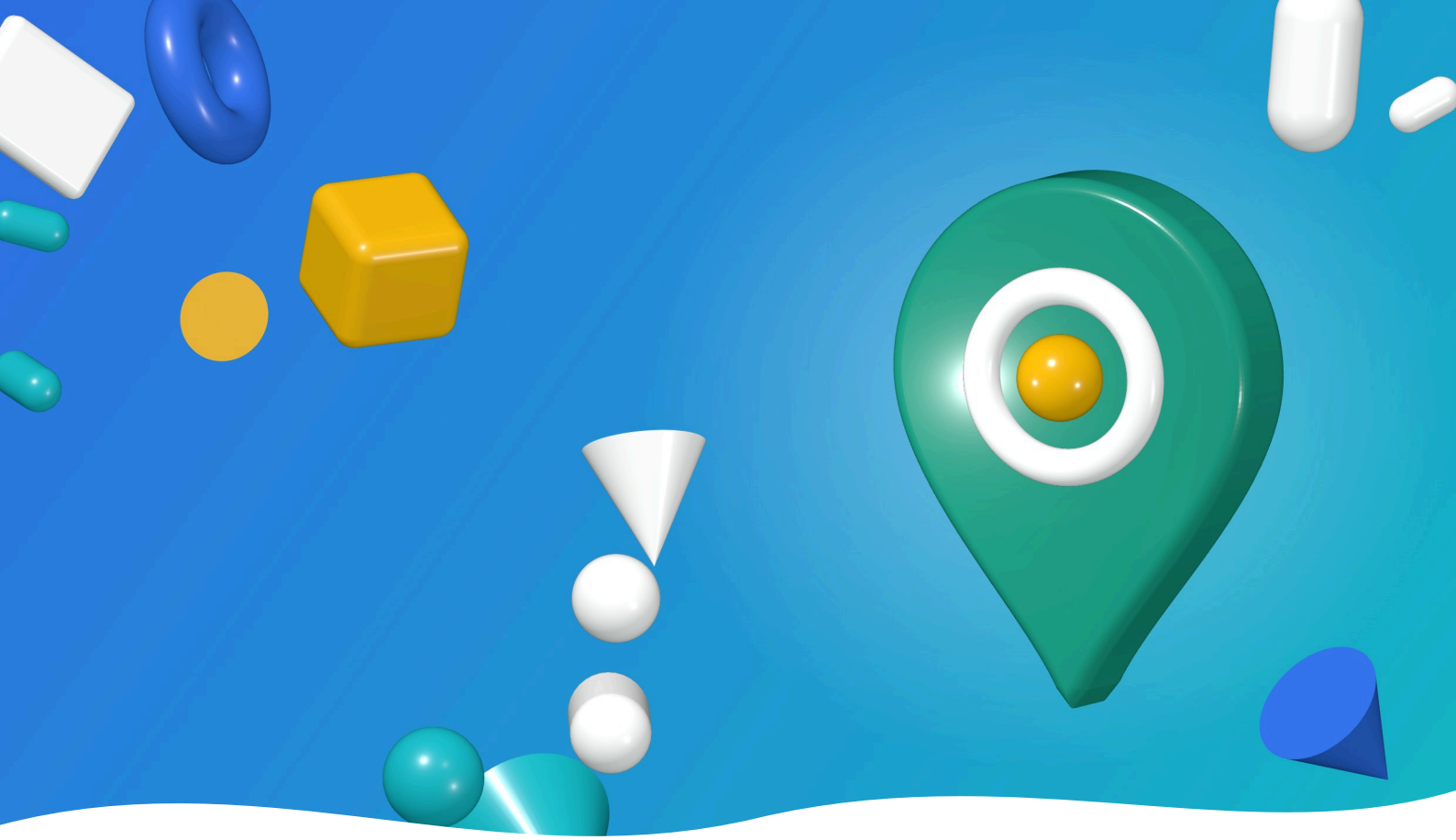


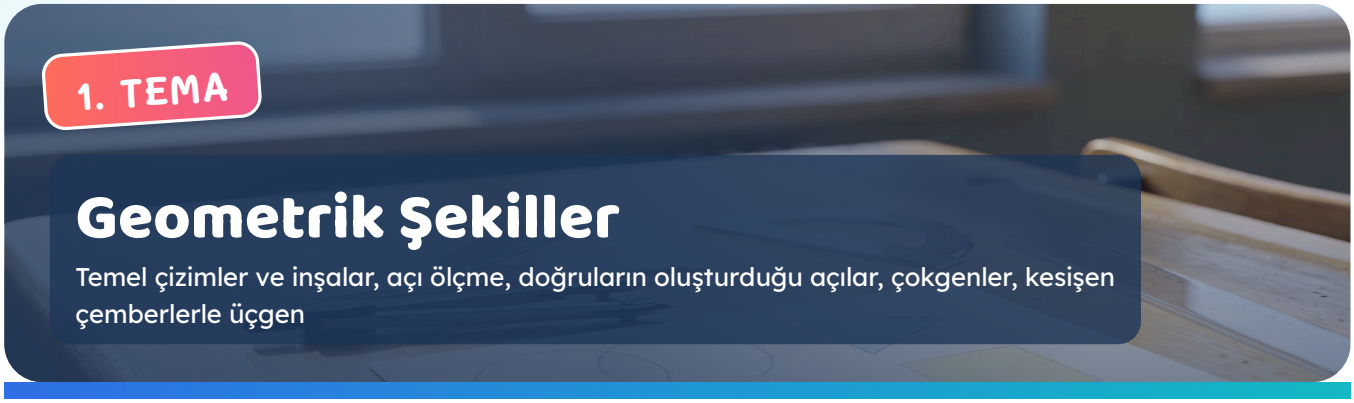
5. Sınıf

# Matematik

## 1. Tema: Geometrik Şekiller

1. Dönem 1. Ortak Yazılı · Genel Tekrar

Talim Noktası
5 · 6 · 7. SINIF DERS KİTAPLARI



1. TEMA

# Geometrik Şekiller

Temel çizimler ve inşalar, açı ölçme, doğruların oluşturduğu açılar, çokgenler, kesişen çemberlerle üçgen

## Bu temada neler var?


1. Noktadan Çembere: Temel Çizimler ve Araçları ..... 3
2. Çizimlerden Çıkarımlar ve İlk İnşalar ..... 7
3. Açıyı Derece ile Ölçmek ..... 10
4. İki ya da Üç Doğru Buluşunca: Açılar ..... 14
5. Kesişen Doğrulardan Kapalı Şekillere: Çokgen ..... 18
6. Çokgenlerin Kenar ve Açı Özellikleri ..... 20
7. Kesişen Çemberlerle Üçgen İnşası ..... 23


Bir binanın köşesi, bir saatin kolları, bir arı peteği, bir futbol sahasının çizgileri... Çevrenize dikkatle baktığınızda **geometrik şekillerin** her yerde olduğunu görürsünüz. Bu ünitede bu şekilleri doğru araçlarla çizmeyi, ölçmeyi ve özelliklerini keşfetmeyi öğreneceksiniz.

## Anahtar kavramlar

düzlem · nokta · doğru parçası · ışın · doğru · dikme · çember · merkez · yarıçap · çap · daire · açı · derece · dik açı · doğru açı · tam açı · eş açı · paralellik · çakışık doğrular · kesen · ters açı · komşu açı · tümler açılar · bütünler açılar · dik üçgen · dar açılı üçgen · geniş açılı üçgen · çokgen · iç açı · dış açı · düzgün çokgen

Notlarım

# 1 Noktadan Çembere: Temel Çizimler ve Araçları

**MERAK KAPISI**

Kerem ile Nehir, mahallelerinin krokisini inceliyor. Krokide okulun kapısı P noktası ile, okulun önündeki düz cadde de d doğrusu ile gösterilmiş. İkisi de kapıdan caddeye en kısa yoldan ulaşmak istiyor.

Kerem: “Çapraz gidersem daha çabuk varırım.” diyor. Nehir ise “Bence caddeye dik inen yol en kısasıdır.” diye cevap veriyor. **Sizce hangisi haklı?** Tahmininizi yazınız. Cevabı bu bölümün sonunda birlikte bulacağız.

## Nokta: Bir Yerin İşareti

Bir haritada okulunuzun yeri küçük bir işaretle gösterilir. Kâğıda kalem ucunu değdirdiğinizde de küçük bir iz kalır. Geometride bir yeri belirten ama eni, boyu ve kalınlığı olmayan bu kavram **nokta** adını alır. Kâğıttaki iz, noktanın yalnızca bir temsilidir.

Noktalara **büyük harflerle** ad veririz: A noktası, K noktası, P noktası. Aynı çizimde iki farklı noktaya aynı harf verilmez.

**Noktayı adlandırma**

Ölçekli değildir




## Doğru Parçası: İki Ucu Belli Çizgi

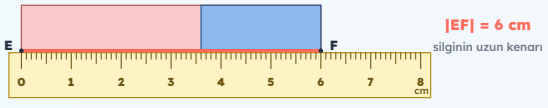
Kâğıda A ve B noktalarını işaretleyiniz. Bu iki noktanın arasına aynı hizada yeni noktalar eklediğinizi düşününüz. Noktalar sıklaştıkça arada düz bir çizgi belirir. A ile B arasında kalan bu düz çizgiye **AB doğru parçası** diyoruz. A ve B, doğru parçasının **uç noktalarıdır**.

Doğru parçasını çizmek için **çizgeç** kullanılır. Çizgeç, üzerinde ölçü çizgileri bulunmayan düz bir cetveldir; yalnızca düz çizgi çizmeye yarar. Doğru parçası [AB] biçiminde gösterilir. [AB] ile [BA] aynı doğru parçasıdır.

Doğru parçasının iki ucu belli olduğu için **uzunluğu ölçülebilir**. Uzunluğu yazarken uç harflerini iki dikey çizgi arasına alırız. Bir silginin uzun kenarını uçları E ve F olan bir doğru parçası gibi düşünelim; cetvel 6 cm gösteriyorsa |EF| = 6 cm yazarız ve “EF doğru parçasının uzunluğu 6 santimetredir.” diye okuruz.

**Silginin uzun kenarını ölçme**

Ölçekli değildir



## Işın ve Doğru: Sonsuza Uzanan Çizgiler

Bir el fenerini yaktığınızda ışık fenerden çıkar ve bir yönde ilerler.

**Tanım Işın**

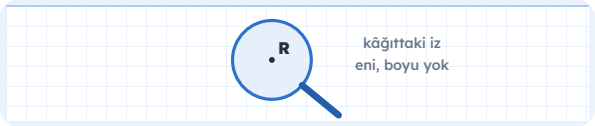
**Bunun gibi bir başlangıç noktası olan, öbür yönde sınır olmadan uzayan düz çizgiye ışın denir.**

Başlangıç noktası A olan ve B noktasından geçen ışın [AB biçiminde gösterilir, "AB ışını" diye okunur.

[AB ile [BA aynı ışın değildir. Birincisinin başlangıç noktası A, ikincisininki B'dir; ikisi zıt yönlere uzanır. Işının yalnızca bir ucu belli olduğundan **uzunluğu ölçülemez**.

Düz çizgi iki yönde de sınırsız uzarsa **doğru** elde edilir. Doğrunun hiç uç noktası yoktur. A ve B noktalarından geçen doğru "AB doğrusu" diye okunur; sembolde AB harflerinin üstüne iki yönlü bir ok konur. Doğrulara **küçük harfle** de ad verilebilir: d doğrusu, k doğrusu. Çizimde doğrunun iki ucuna da ok konur.

### NOKTA



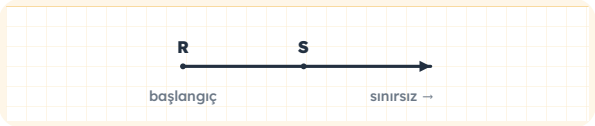

Bir yeri gösterir; boyutu yoktur. **Yazılışı:** R. **Okunuşu:** R noktası.

### DOĞRU PARÇASI




Uçları bellidir; bu yüzden uzunluğu ölçülebilir. **Yazılışı:** [RS]. **Okunuşu:** RS doğru parçası.

### IŞIN




Bir başlangıç noktası vardır; bir yönde sınırsızdır. **Yazılışı:** [RS. **Okunuşu:** RS ışını.

### DOĞRU




Uç noktası yoktur; iki yönde sınırsızdır. **Yazılışı:** RS üstünde iki yönlü ok ya da m. **Okunuşu:** RS doğrusu, m doğrusu.

**Dört çizimin uçları ve uzunlukları**

Ölçekli değildir



Tuzağa düşme!

**Doğru parçası, ışın ve doğruyu karıştırmayınız**
Yalnızca **doğru parçasının** uzunluğu ölçülür. Işın ve doğru sınırsız uzadığı için uzunlukları yoktur. Kâğıda çizdiğimiz ışın ve doğru, onların yalnızca bir parçasıdır; uçlardaki oklar "devam ediyor" anlamına gelir.

## Düzlem: Çizimlerimizin Yüzeyi

Defter sayfası, masanın üstü ya da tahta düz yüzeylerdir.

**Tanım Düzlem**

**Geometride bütün çizimlerin yapıldığı, her yöne sınırsız uzandığı düşünülen düz yüzeye düzlem adı verilir.**

Defter sayfası düzlemin yalnızca küçük bir parçasını temsil eder. Bu ünitedeki bütün çizimleri bir düzlem üzerinde yapacağız.

## Açı: Ortak Noktadan Çıkan İki Işın

Kâğıda bir B noktası işaretleyiniz. Çizgeçle B'den başlayarak biri A noktasından, öbürü C noktasından geçen iki ışın çiziniz.

**Tanım Açı**

**Başlangıç noktası ortak olan bu iki ışının oluşturduğu şekle açı denir.**

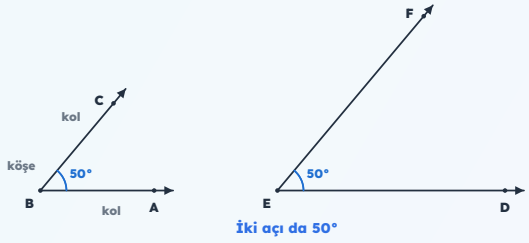
Ortak başlangıç noktası B, açının **köşesidir**. [BA ve [BC ışınları açının **kollarıdır**.

Bu açı "ABC açısı" ya da kısaca "B açısı" diye adlandırılır. Üç harfle adlandırırken **köşe harfi her zaman ortaya** yazılır: ABC açısı ile CBA açısı aynıdır. Sembolde harflerin üstüne küçük bir şapka konur.

Açıyı bir hareketle de düşünebiliriz. Bir ışını başlangıç noktası çevresinde döndürdüğünüzü hayal ediniz. Işının ilk konumu ile son konumu arasında bir açı oluşur. Işın ne kadar çok dönerse **açı o kadar büyük** olur. Bir kapıyı açtığınızda kapı ile duvar arasındaki açı da böyle büyür.

**Açının köşesi ve kolları**

Ölçekli değildir



İki açı da 50°

Tuzağa düşme!

**Kolları uzatmak açıyı büyütmez**
Açının büyüklüğü kolların uzunluğuna değil, kollar arasındaki **dönme miktarına** bağlıdır. Yukarıdaki iki açının kolları farklı uzunlukta çizilmiştir ama iki açı da aynı büyüklüktedir.

## Çember ve Daire

Bir oyun düşünelim: Kâğıdın ortasındaki M noktası bir hazinenin yeri, ipucu ise “Hazine M’den tam 4 cm uzakta.” Cetvelin 0 çizgisini M’ye koyup cetveli her seferinde biraz döndürerek 4 cm’deki yerleri işaretleyiniz. Hazinenin olabileceği yerler M’nin önünde, arkasında, sağında, solunda… her yanında çıkar. Bu yerlerin hepsini işaretleyebilseydiniz kâğıtta nasıl bir çizgi görürdünüz?

**Tanım Çember**

Düzlemde bir noktaya **eşit uzaklıkta** bulunan bütün noktaların oluşturduğu şekle çember denir.

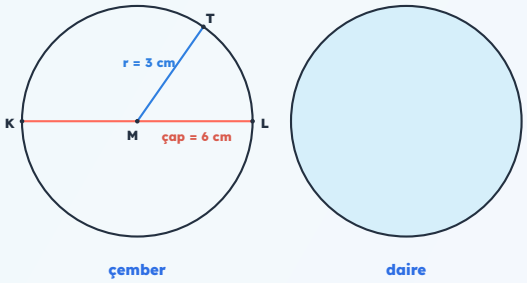
Bu sabit noktaya çemberin **merkezi** diyoruz. Hazinenin olabileceği yerler, merkezi M olan bir çember üzerindedir. Bütün bu noktaları cetvelle tek tek bulmak bitmeyen bir iştir; bunun yerine **pergel** kullanırız. Pergel yoksa bir ipin bir ucunu raptiyeyle merkeze tutturup öbür ucuna bağladığınız kalemi ip gergin kalacak biçimde döndürerek de çember çizebilirsiniz. Pergelde sivri uç merkeze batırılır; açıklık bozulmadan kalemli kol bir tam tur döndürülür.

Çemberin merkezini çember üzerindeki bir noktaya bağlayan her doğru parçası bir **yarıçaptır**; yarıçap r harfiyle gösterilir. Çember üzerindeki iki noktayı birleştiren ve **merkezden geçen** doğru parçası ise **çaptır**. Bir çap iki yarıçaptan oluştuğu için çapın uzunluğu yarıçap uzunluğunun 2 katıdır. Yarıçapı 4 cm olan bir çemberin çapı 4 × 2 = 8 cm’dir.

Çember yalnızca kenardaki çizgidir. Çember ile çemberin iç bölgesinin birlikte oluşturduğu şekle **daire** denir. Bir bisiklet tekerleğinin lastiği çembere, yuvarlak bir tabağın yüzeyi daireye benzer.

**Çemberin elemanları**

Ölçekli değildir

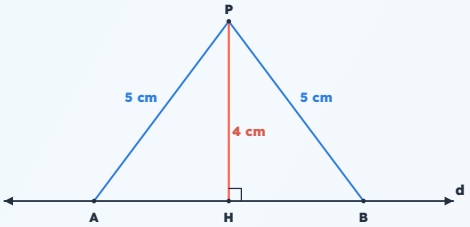



## Dikme: Doğruya En Kısa Yol

Merak Kapısı’ndaki soruya dönelim. Kroki şöyle bir çizimle gösterilebilir: d doğrusu dışında bir P noktası ve P’den d’ye çizilen birkaç doğru parça.

**Noktadan doğruya çizilen doğru parçaları**

Ölçekli değildir




Cetvelle ölçtüğünüzde en kısa doğru parçasının [PH] olduğunu görürsünüz. [PH], d doğrusu ile **dik açı** oluşturur.

**Tanım Dikme**

**Bir doğruya, doğrunun dışındaki bir noktadan dik olarak çizilen doğru parçasına dikme denir.**

Dikme, noktadan doğruya çizilebilecek **en kısa** doğru parçasıdır. Yani Nehir haklıdır.

Dikme çizmek için **gönye** kullanılır. Gönyenin dik köşesinin bir kenarı doğrunun üzerine yerleştirilir, öbür kenarı P noktasına gelene kadar kaydırılır ve P'den doğruya çizgi çekilir. Diklik ⊥ sembolüyle gösterilir: [PH] ⊥ d. Çizimde dik açı, köşesine konan küçük bir kareyle işaretlenir.

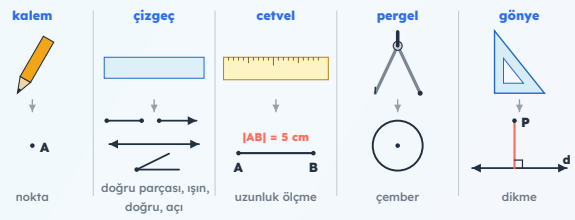
## Hangi Çizim İçin Hangi Araç?

| Çizim | Kâğıt üzerinde | Matematik yazılımında |
|---|---|---|
| Nokta | kalem | nokta aracı |
| Doğru parçası | çizgeç | doğru parçası aracı |
| Işın | çizgeç | ışın aracı |
| Doğru | çizgeç | doğru aracı |
| Açı | çizgeç (aynı noktadan iki ışın) | ışın aracı ya da açı aracı |
| Çember | pergel | çember aracı |
| Dikme | gönye | dik doğru aracı |

Uzunluğu belli bir doğru parçası çizmek gerekirse ölçü çizgileri olan **cetvel** kullanılır. Matematik yazılımlarında bir noktayı sürükleyerek çizimin nasıl değiştiğini de izleyebilirsiniz.

**Hangi çizim için hangi araç?**

Ölçekli değildir




## 2 Çizimlerden Çıkarımlar ve İlk İnşalar

**MERAK KAPISI**

Lina ile Arda pergelle çember çiziyor. Lina pergelin açıklığını hiç bozmadan defterine beş ayrı çember çizdi. Arda "Bunların hepsi aynı büyüklükte olmuştur." diyor. Lina emin değil: "Merkezleri farklı yerde, belki büyüklükleri de farklıdır." **Sizce kim haklı? Bunu nasıl kontrol edersiniz?**

## Çizimlerinizi Gözden Geçiriniz

İlk bölümde çizgeç, pergel ve gönyeyle pek çok çizim yaptınız. Şimdi bu deneyimlere geri dönelim. Aşağıdaki soruları kendi çizimlerinizi inceleyerek cevaplayınız:

- Çizgeçle iki noktadan geçen bir doğru çizerken çizgeci kaç farklı biçimde yerleştirebildiniz?

- Pergelle çember çizerken hangi şeyi değiştirmemeye dikkat ettiniz?
- Gönyeyle dikme çizerken gönyenin hangi kenarını doğrunun üzerine koydunuz?

Bu soruların cevapları, temel çizimlerin bazı **özelliklerini** gösterir. Bir özelliği birkaç örnekte gözlemleyip genel bir sonuca varmaya **çıkarım yapmak** denir.

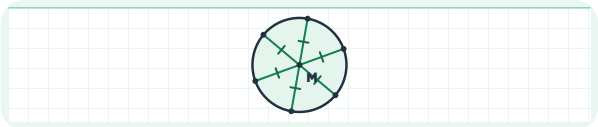
## Çizimlerden Çıkan Sonuçlar

### İKİ NOKTA, BİR DOĞRU



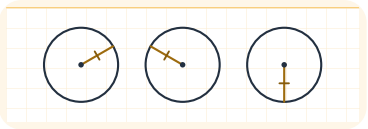

İki noktadan **yalnızca bir** doğru geçer. Oysa tek bir noktadan sayısız doğru çizebilirsiniz. **Deneyiniz:** Bir noktadan beş farklı doğru çiziniz.

### EŞİT YARIÇAPLAR



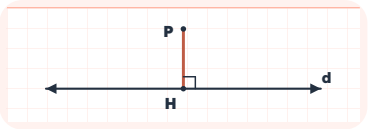

Çemberin merkezinden çember üzerindeki noktalara çizilen doğru parçalarının **hepsi eşit** uzunluktadır.

### AYNI AÇIKLIK



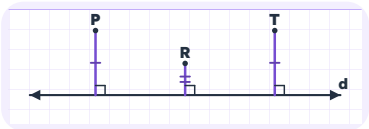
Pergelin açıklığı değiştirilmezse çizilen bütün çemberlerin **yarıçap uzunlukları eşit** olur. Merkezin yeri bunu değiştirmez.

### TEK DİKME




Bir doğruya, dışındaki bir noktadan **yalnızca bir** dikme çizilebilir.

### FARKLI NOKTALAR, FARKLI DİKMELER




Bir doğruya dışındaki farklı noktalardan çizilen dikmeler **eşit ya da farklı** uzunlukta olabilir.

Merak Kapısı'ndaki tartışmada Arda haklıdır: Pergelin açıklığı aynı kaldığı sürece yarıçap da aynı kalır. Bunu kontrol etmek için her çemberde merkezden çembere bir yarıçap çizip cetvelle ölçebilirsiniz.

Bir çıkarımın doğru olup olmadığını anlamak için onu **farklı örnekler** üzerinde sınamak gerekir. Örneğin "Bir doğruya dışındaki noktalardan çizilen dikmelerin hepsi aynı uzunluktadır." diyen birine, doğruya yakın ve uzak iki nokta seçerek farklı uzunlukta iki dikme gösterebilirsiniz. Böyle bir örneğe **karşı örnek** denir.

**Araçları nasıl yerleştirdik?**

Ölçekli değildir



## İnşa Nedir?

**Tanım İnşa etmek**

Uzunluk ve açı ölçen araçları kullanmadan, **yalnızca pergel ve çizgeçle** (ya da matematik yazılımındaki çember ve doğru araçlarıyla) eş doğru parçaları, eş açılar ve diklik gibi özellikleri oluşturmaya inşa etmek denir. İnşada cetvelle ölçme yapılmaz; açıölçer kullanılmaz.

Pergel bu işte çok güçlü bir araçtır: Açıklığı bir kez ayarlandığında aynı uzunluğu istediğiniz yere **taşıyabilir**.

## Işın Üzerinde Eş Parçalar Kesme

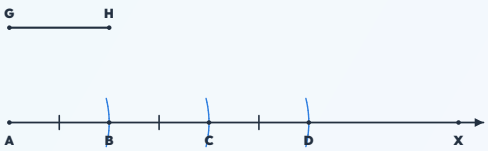
Bir [GH] doğru parçası veriliyor. Bu uzunluğu bir ışının üzerine art arda üç kez yerleştirelim.

1. Çizgeçle bir [AX ışını çiziniz.
2. Pergelin sivri ucunu G'ye, kalemli ucunu H'ye getiriniz. Artık pergelin açıklığı |GH| kadardır. Bu açıklığı bozmayınız.
3. Pergelin sivri ucunu A'ya koyup ışını kesen küçük bir yay çiziniz. Kesişim noktasına B adını veriniz.
4. Sivri ucu B'ye koyup aynı açıklıkla yeniden yay çiziniz; kesişim noktası C olsun. Aynı işlemi C'den yaparak D noktasını bulunuz.

Sonuçta [AB], [BC] ve [CD] doğru parçaları [GH] ile **eş** olur. Bu işlemde hiçbir şey ölçmediğiniz hâlde eş uzunluklar elde ettiniz.

**Işın üzerinde eş parçalar kesme**

Ölçekli değildir



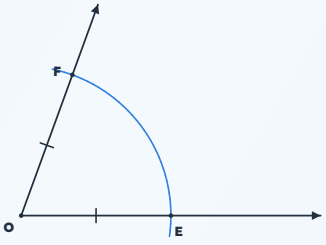

## Açının Kollarından Eş Parçalar Kesme

1. Köşesi O olan bir açı çiziniz.
2. Pergeli herhangi bir açıklıkta açınız ve sivri ucunu O'ya koyunuz.
3. Açıklığı bozmadan, iki kolu da kesen bir yay çiziniz. Kollardaki kesişim noktalarına E ve F adlarını veriniz.

Pergelin açıklığı değişmediği için |OE| = |OF| olur. Bu inşa, ileride eş kenarlı şekiller oluştururken işinize yarayacak.

**Açının kollarından eş parçalar**

Ölçekli değildir



## Gönye ile Paralel Doğru Çizme

Doruk, sınıf panosuna asılacak kâğıdın alt kenarına bir d doğrusu çizdi ve yazıların hep aynı yükseklikte durması için kenara 2 cm uzaklıkta bir çizgi istiyor. Şöyle çalıştı: Gönyenin dik köşesini d'nin üzerinde önce sol başa, sonra ortaya, sonra sağ başa yerleştirdi. Her seferinde gönyenin d'ye dik duran kenarı boyunca cetvelle 2 cm ölçüp bir nokta koydu. Böylece d'ye 2 cm uzaklıkta üç nokta elde etti ve bunları çizgeçle birleştirerek bir k doğrusu çizdi. Siz de aynı işi yapınız; noktaların bir doğru üzerinde dizildiğini görünüz.

k doğrusunun her noktası d'ye eşit uzaklıktadır. Bu iki doğru ne kadar uzatılırsa uzatılsın **hiç kesişmez**.

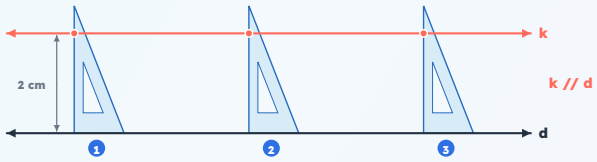
**Tanım Paralel doğrular**

Aynı düzlemde bulunan ve hiç ortak noktası olmayan doğrulara paralel doğrular denir.

Paralellik // sembolüyle gösterilir: k // d. Bir merdivenin basamak kenarları, yaya geçidindeki beyaz şeritlerin uzun kenarları ve tren rayları paralel doğrulara örnektir.

**Gönye ile paralel doğru çizme**

Ölçekli değildir




**Tuzağa düşme!**

**Çizim mi, inşa mı?**

Paralel doğruyu çizerken cetvelle 2 cm ölçtük. Ölçme yapıldığı için bu işlem bir **inşa değil, çizimdir**. Işın üzerinde eş parça kesme ise yalnızca pergel ve çizgeçle yapıldığı için **inşadır**.

# 3 Açıyı Derece ile Ölçmek

**MERAK KAPISI**

Kerem ve Nehir, dizüstü bilgisayarın ekranı ile klavyesi arasındaki açıyı ölçmek istiyor. Kerem birim olarak bir tangram setindeki küçük üçgenin sivri köşesini kullanıyor ve "3 birim" buluyor. Nehir oyuncak mutfağındaki pizza diliminin ucunu kullanıyor ve "5 birim" buluyor. İkisi de aynı açıyı ölçtü ama farklı sayılar buldu. **Sizce açıları herkesin aynı sonucu bulacağı biçimde nasıl ölçebiliriz?**

## Tam Açı ve Doğru Açı

Açıyı, bir ışının başlangıç noktası çevresinde dönmesiyle düşünmüştük. Işın dönmeye devam ederek **bir tam tur** atar ve ilk konumuna geri gelirse oluşan açıya **tam açı** denir. Bir tam turun yarısı kadar dönen ışın, ilk konumunun tam tersi yönü gösterir. Bu durumda iki kol bir doğru oluşturur; oluşan açıya **doğru açı** denir. Doğru açı, tam açının yarısıdır.

Dik açıyı da bu dönme ile tanıyabiliriz: Bir ışın çeyrek tur dönerse **dik açı** oluşur. İki dik açı yan yana bir doğru açıyı, dört dik açı bir tam açıyı oluşturur.

**Dik açı, doğru açı ve tam açı**

Ölçekli değildir




## Standart Birim: Derece

Merak Kapısı'ndaki sorunun cevabı, herkesin aynı birimi kullanmasıdır. Tam açıyı **360 eş parçaya** böldüğümüzü düşünelim. Bu parçalardan birinin ölçüsü **1 derecedir**. Derece "°" sembolüyle gösterilir ve sayının hemen sağına bitişik yazılır: 1°, 45°, 90°.

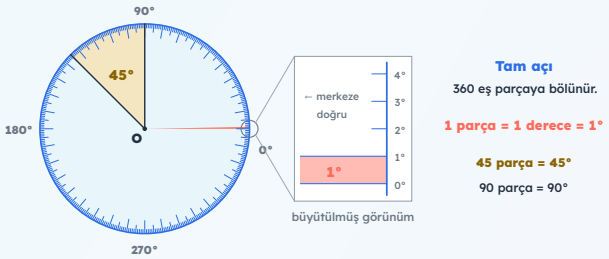
| Açı | Ölçüsü | Okunuşu |
|---|---|---|
| Dik açı | 90° | doksan derece |
| Doğru açı | 180° | yüz seksen derece |
| Tam açı | 360° | üç yüz altmış derece |

Bu ölçüler birbiriyle uyumludur: 90 + 90 = 180, yani iki dik açı bir doğru açı eder. 90 × 4 = 360, yani dört dik açı bir tam açı eder.

Bir açının ölçüsü m harfiyle gösterilir. ABC açısının ölçüsü 45° ise m(ABC) = 45° yazılır ve "ABC açısının ölçüsü 45 derecedir." diye okunur.

**Tam açının 360 eş parçası: derece**

Ölçekli değildir




## Açıölçeri Tanıyalım

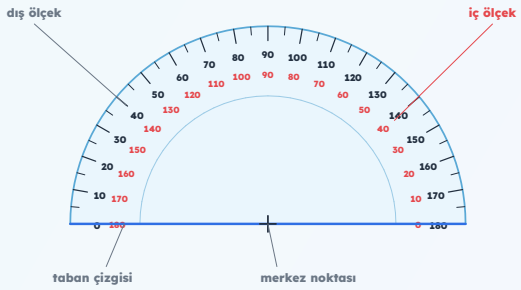
**Tanım Açıölçer**

Açıları derece cinsinden ölçmeye yarayan araca açıölçer denir.

Sınıfta en çok kullanılan açıölçer yarım daire biçimindedir ve şu parçalardan oluşur:

**Yarım daire açıölçerin parçaları**

Ölçekli değildir



- **Merkez noktası:** Düz kenarın ortasındaki küçük işaret ya da delik.
- **Taban çizgisi:** Merkez noktasından geçen ve iki uçtaki 0 işaretlerini birleştiren düz çizgi.
- **İki ölçek:** Yay boyunca 0'dan 180'e kadar sıralanmış iki sıra sayı. Biri sağdan sola, öbürü soldan sağa artar. Birine iç ölçek, öbürüne dış ölçek denir.

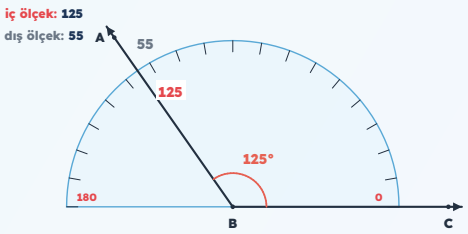
Tam daire biçiminde, 0'dan 360'a kadar ölçekli açıölçerler de vardır. Matematik yazılımlarındaki açı ölçme aracı ise açının üç noktası seçildiğinde ölçüyü kendisi gösterir.

## Açı Nasıl Ölçülür?

1. Açıölçerin **merkez noktasını** açının köşesine yerleştiriniz.
2. **Taban çizgisini** açının kollarından biriyle çakıştırınız.
3. Bu kolun gösterdiği **0'ı** bulunuz. Hangi ölçekte 0 varsa o ölçeği kullanacaksınız.
4. Aynı ölçekte, **öbür kolun** geçtiği sayıyı okuyunuz. Bu sayı açının ölçüsüdür.

**Açıölçerle 125°'lik açıyı okuma**

Ölçekli değildir




Tuzağa düşme!

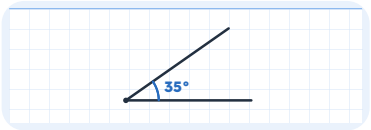
**Ölçeği karıştırmayınız**

Okumaya başlamadan önce açının **dar mı geniş mi** olduğunu tahmin ediniz. Dar açının ölçüsü 90°'den küçük, geniş açınınki büyüktür. Tahmininiz okuduğunuz sayıyla uyuşmuyorsa büyük olasılıkla **yanlış ölçeğe** bakıyorsunuzdur. Merkez noktasını köşeye tam oturtmayı da unutmayınız.

## Açı Çeşitleri

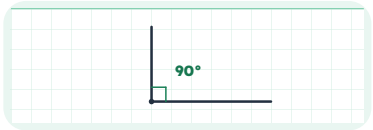
Açıları ölçülerine göre şöyle sınıflandırırız:

**DAR AÇI**



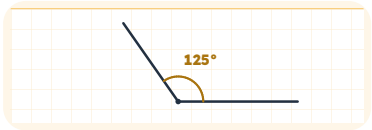

Ölçüsü 0°'den büyük, **90°'den küçük** açı. Örnek: 35°, 72°.

**DİK AÇI**



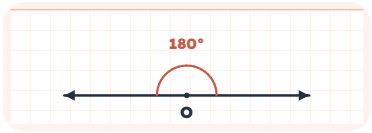

Ölçüsü **90°** olan açı. Köşesine küçük bir kare çizilir. Gönyenin köşesi dik açıdır.

**GENİŞ AÇI**



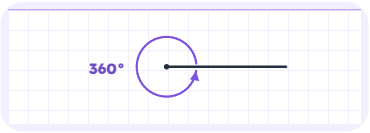

Ölçüsü **90° ile 180° arasında** olan açı (90° ve 180° bu aralığa girmez). Örnek: 125°, 140°.

**DOĞRU AÇI**




Ölçüsü **180°** olan açı. Kolları zıt yönlü iki ışındır; birlikte bir doğru oluştururlar.

**TAM AÇI**




Ölçüsü **360°** olan açı. Işının bir tam tur dönmesiyle oluşur.

## Eş Açılar

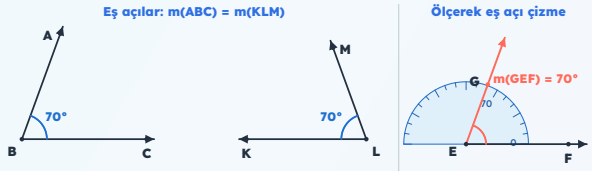
Ölçüleri aynı olan iki açıya **eş açılar** adını veririz. m(ABC) = 70° ve m(KLM) = 70° ise bu iki açı eştir: m(ABC) = m(KLM). Kolların uzunluğu ya da açının duruş yönü eşliği değiştirmez.

Verilen bir açıya eş bir açıyı **ölçerek** şöyle çizebilirsiniz:

1. Verilen açıyı açıölçerle ölçünüz; ölçüsü 70° olsun.
2. Çizgeçle bir [EF ışını çiziniz.
3. Açıölçerin merkezini E'ye koyup taban çizgisini [EF ile çakıştırınız.
4. [EF'nin gösterdiği 0'dan başlayan ölçekte 70'i bulup küçük bir nokta koyunuz; adı G olsun.
5. Açıölçeri kaldırıp E'den G'ye bir ışın çiziniz. m(GEF) = 70° olur.

**Eş açılar ve ölçerek eş açı çizme**

Ölçekli değildir




## Günlük Hayatta Açılar: Saat Kolları

Bir saatin kadranında 12 sayı eşit aralıklarla dizilidir. Akrep ile yelkovan arasındaki açı saate göre değişir. Yelkovan 12'yi, akrep 3'ü gösterdiğinde kollar arasında **dik açı** oluşur.

### Çözümlü örnek 4

**Soru:** Saat tam 2'yi gösteriyor. Akrep ile yelkovan arasındaki küçük açı kaç derecedir? Bu açı hangi açı çeşididir?

**Anlayalım.** Yelkovan 12'de, akrep 2'de. Kadrandaki 12 sayı tam açıyı 12 eş parçaya ayırır.

**Planlayalım.** Önce iki sayı arasındaki bir aralığın kaç derece olduğunu bulalım; sonra 12 ile 2 arasındaki aralık sayısıyla çarpalım.

**Çözelim.** 360 ÷ 12 = 30, yani iki komşu sayı arası 30°'dir. 12 ile 2 arasında 2 aralık vardır: 2 × 30 = 60. Açı 60°'dir. 60°, 90°'den küçük olduğu için **dar açıdır**.

**Kontrol edelim.** Saat 3'te 3 aralık vardır: 3 × 30 = 90; bu da dik açıdır. Saat 2'deki açı bundan küçük olmalıdır; 60 < 90 olduğundan sonucumuz uyumludur.

**Saat kollarının oluşturduğu açılar**

Ölçekli değildir



saat 1

1 × 30° = 30° (dar açı)



saat 2

2 × 30° = 60° (dar açı)



saat 3

3 × 30° = 90° (dik açı)

12 eş aralık

360 ÷ 12 = 30

komşu iki sayı arası 30°

## 4 İki ya da Üç Doğru Buluşunca: Açılar

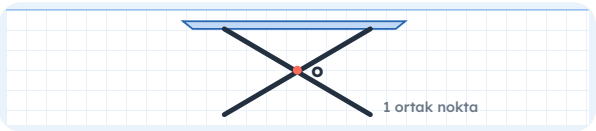
**MERAK KAPISI**

Ela, ütü masasını kurarken masanın altındaki çapraz ayaklara bakıyor. Yandan bakınca iki ayak, ortadaki vidada birbirini kesen iki doğru gibi bir X oluşturuyor. Masa alçaldıkça X'in üst tarafındaki açı büyüyor. Ela "Üstteki açı büyüdükçe alttaki açı da aynı ölçüde büyüyor." diyor. Arda ise "Üstteki açı büyürken alttaki açı küçülür." diye düşünüyor. **Sizce hangisi haklı? İki kalemi ortalarından üst üste tutup X yaparak deneyiniz.**

### İki Doğru Düzlemde Nasıl Durabilir?

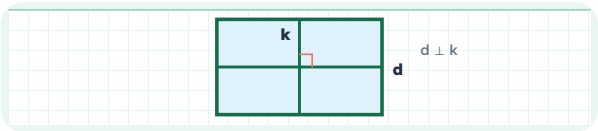
Bir kâğıda iki doğru çiziniz. Arkadaşlarınızın çizimleriyle karşılaştırınız. İki doğrunun aynı düzlemde durabileceği üç farklı durum vardır:

**KESİŞEN DOĞRULAR**



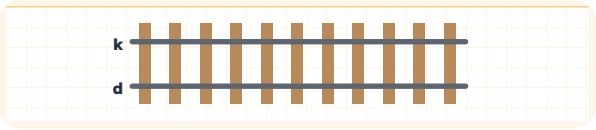

Yalnızca **bir** ortak noktaları vardır. Bu noktaya kesişim noktası denir. Kesişen iki doğru açılar oluşturur.

**DİK DOĞRULAR**




**Dik açı** oluşturacak biçimde kesişen doğrulardır. d ⊥ k diye yazılır.

**PARALEL DOĞRULAR**




Hiç **ortak noktaları** yoktur; bu yüzden **açı oluşturmazlar**. d // k diye yazılır.

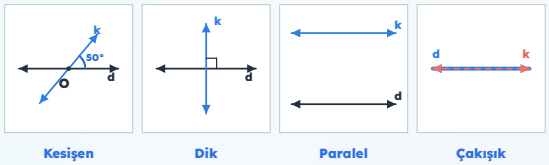
**ÇAKIŞIK DOĞRULAR**




**Bütün noktaları** ortaktır; üst üste çizilmiş tek bir doğru gibi görünürler.

**İki doğrunun düzlemdeki durumları**

Ölçekli değildir



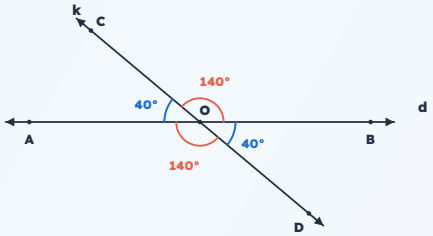

Dik doğrular, kesişen doğruların özel bir durumudur. Paralel doğrular ise **açı oluşturmayan** doğrulardır. Bir sınıfın tavanı ile duvarının birleştiği çizgi ve duvar köşesindeki dikey çizgi dik doğrulara; bir futbol sahasının iki uzun kenar çizgisi paralel doğrulara örnektir.

## Kesişen İki Doğru: Önce Tahmin, Sonra Ölçme

Bir d doğrusu ile bir k doğrusu O noktasında kesişsin. O noktası çevresinde **dört açı** oluşur. Ölçmeden önce **varsayımda bulununuz**: Bu açıların hangileri eş olabilir? Hangilerinin ölçüleri toplamı 180° olabilir?

**Kesişen iki doğru ve dört açı**

Ölçekli değildir




Şimdi açıları açıölçerle ölçüp bir tabloya yazalım:

| Açı | Ölçü | Çeşit |
|---|---|---|
| AOC | 40° | dar |
| COB | 140° | geniş |
| BOD | 40° | dar |
| DOA | 140° | geniş |

Tabloyu varsayımlarınızla **karşılaştırınız**. Şunları fark edersiniz:

- Karşı karşıya duran açılar eştir: m(AOC) = m(BOD) = 40° ve m(COB) = m(DOA) = 140°.
- Yan yana duran her iki açının ölçüleri toplamı 180°'dir: 40 + 140 = 180.
- Dört açının ölçüleri toplamı 360°'dir: 40 + 140 + 40 + 140 = 360.

Doğruları farklı açılarla kesiştirerek denemeyi tekrarlayınız. Doğrular dik kesiştiğinde dört açının dördü de 90° olur. Bu gözlemlerden şu **önermeyi** sunabiliriz: "Kesişen iki doğru ya dört dik açı ya da ikisi dar, ikisi geniş olan dört açı oluşturur."

## Ters Açılar ve Komşu Açılar

Kesişen iki doğrunun oluşturduğu açıları adlandırmak için iki kavram kullanırız.

**Tanım Ters açılar**

İki doğru kesiştiğinde, köşeleri ortak olan ve kolları birbirinin **zıt yöndeki uzantısı** olan açılara ters açılar adı verilir. Önceki bölümdeki şekilde AOC ile BOD, COB ile DOA ters açılardır. **Ters açıların ölçüleri eşittir.**

### Komşu açılar

İki açıyı yan yana koyduğunuzu düşününüz: köşeleri aynı noktada, aralarında **ortak bir kol** var ve biri bu ortak kolun bir yanında, öbürü **öteki yanında** duruyor; yani birbirinin üstüne binmiyorlar. Böyle açı çiftlerine **komşu açılar** denir. Yukarıdaki şekilde AOC ile COB komşu açılardır; ortak kolları [OC'dir. COB ile BOD, BOD ile DOA, DOA ile AOC de komşudur.

Merak Kapısı'na dönersek: X'in üstündeki açı ile altındaki açı **ters açılardır**. Ters açılar eş olduğundan masa alçalıp üstteki açı büyüdükçe alttaki açı da aynı ölçüde büyür. Ela haklıdır.

## Tümler ve Bütünler Açılar

İki açının ölçüleri toplamına göre de adlar verilir.

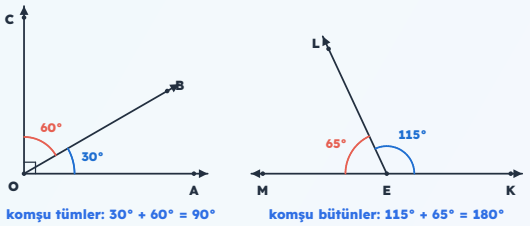
| Ad | Koşul | Örnek |
|---|---|---|
| Tümler açılar | Ölçüleri toplamı 90° | 35° ile 55° |
| Bütünler açılar | Ölçüleri toplamı 180° | 70° ile 110° |
| Komşu tümler açılar | Komşu ve ölçüleri toplamı 90° | birlikte bir dik açı oluşturan iki komşu açı |
| Komşu bütünler açılar | Komşu ve ölçüleri toplamı 180° | birlikte bir doğru açı oluşturan iki komşu açı |

35 + 55 = 90 olduğu için 35°'lik açı ile 55°'lik açı birbirinin **tümleridir**. 70 + 110 = 180 olduğu için 70°'lik açı ile 110°'lik açı birbirinin **bütünleridir**. Tümler ya da bütünler açıların komşu olması gerekmez; farklı yerlerde duran iki açı da birbirinin tümleri olabilir.

Kesişen iki doğrunun oluşturduğu şekilde yan yana duran açılar **komşu bütünler açılardır**: m(AOC) + m(COB) = 40 + 140 = 180.

**Komşu tümler ve komşu bütünler açılar**

Ölçekli değildir




Tuzağa düşme!

### Her açının tümleri yoktur

Ölçüsü 90° ya da daha büyük olan bir açının **tümleri yoktur**; çünkü toplamın 90° olması için öbür açının ölçüsü 0° ya da daha küçük olmalıdır. Geniş açıların bütünleri ise her zaman bir dar açıdır.

## Kesen

**Tanım Kesen**

Bir doğru, iki ayrı doğruyu **farklı birer noktada** kesiyorsa bu doğruya o iki doğrunun keseni denir.

Örneğin paralel d ve k doğrularını iki farklı noktada kesen m doğrusu, d ile k'nin kesenidir. Kesenin her kesişim noktasında ayrı ayrı dört açı oluşur.

**Kesen olan ve olmayan doğrular**

Ölçekli değildir

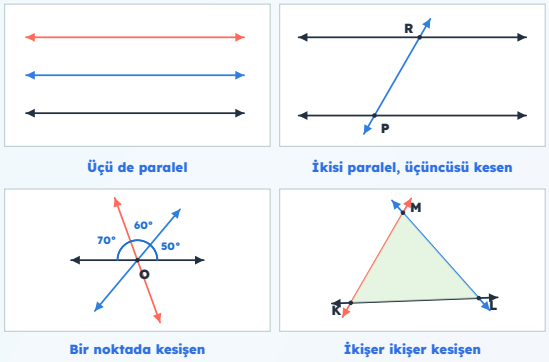



## Üç Doğru: Hangi Durumlar Oluşabilir?

Üç doğruyu bir düzlemde birbirine göre farklı biçimlerde çizebilirsiniz. Çakışık doğruları dışarıda bıraktığımızda dört durum ortaya çıkar.

**Üç doğrunun dört durumu**

Ölçekli değildir




| Durum | Kesişim noktası | Oluşan açı |
|---|---|---|
| Üçü de paralel | yok | açı oluşmaz |
| İkisi paralel, üçüncüsü kesen | 2 | 2 × 4 = 8 açı |
| Üçü bir noktada kesişen | 1 | 6 açı |
| İkişer ikişer kesişen | 3 | 3 × 4 = 12 açı |

Üç doğru **bir noktada** kesiştiğinde O çevresinde altı açı oluşur. Karşı karşıya duran açılar yine ters açıdır ve eştir. Ayrıca yan yana duran üç açı birlikte bir doğru açı oluşturur. Şekildeki örnekte 50 + 60 + 70 = 180'dir. Altı açının altısı da dar açıdır.

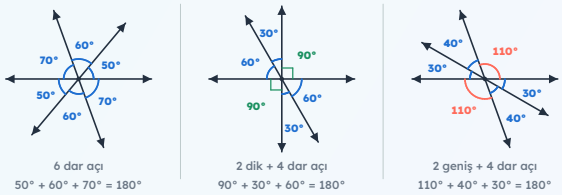
Doğruları farklı açılarla çizerek denediğinizde şu üç sonuçtan biri ortaya çıkar:

- 6 dar açı (örnek: 50°, 60°, 70° ve bunların ters açıları),
- 2 dik ve 4 dar açı (örnek: 90°, 30°, 60° ve bunların ters açıları),
- 2 geniş ve 4 dar açı (örnek: 110°, 40°, 30° ve bunların ters açıları).

Bu durumdaki altı açıdan iki tanesi geniş ya da dik olabilir ama dört tanesi geniş olamaz. Neden? Yan yana üç açının toplamı 180° olduğundan bu üç açıdan en çok biri 90° ya da daha büyük olabilir.

**Bir noktada kesişen üç doğrunun açıları**

Ölçekli değildir




## Önermelerimizi Değerlendirelim

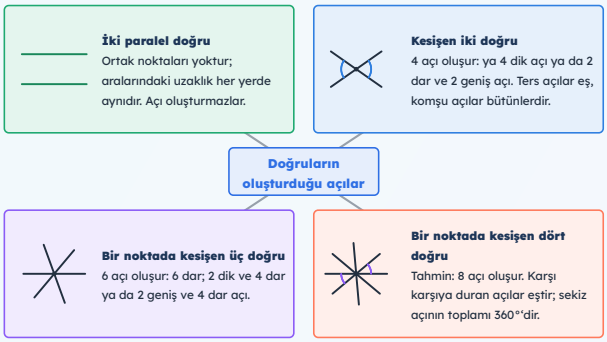
Bu bölümde ölçerek doğruladığımız önermeleri bir araya getirelim:

- İki doğru açı oluşturmayabilir; açı oluşturmayan doğrular paraleldir.
- Kesişen iki doğru ya dört dik açı ya da ikisi dar, ikisi geniş dört açı oluşturur.
- Kesişen iki doğrunun oluşturduğu ters açılar eştir; komşu açılar bütünlerdir.
- Üç doğru bir noktada kesiştiğinde 6 dar açı; 2 dik ve 4 dar açı ya da 2 geniş ve 4 dar açı oluşabilir.

Bu önermeler yeni durumları önceden tahmin etmemizi sağlar. Örneğin dört doğru tek bir noktada kesişirse karşı karşıya duran açıların yine eş olacağını ve çevredeki sekiz açının toplamının 360° olacağını ölçmeden söyleyebiliriz. Önermelerinizi bir **zihin haritasında** toplamanız, doğruların oluşturduğu açıları incelerken neyi nerede aramanız gerektiğini gösterir.

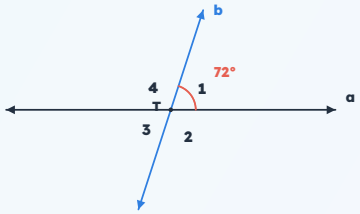
**Önermelerden bir zihin haritası**

Ölçekli değildir




**Kesişen iki doğru**

Ölçekli değildir




## 5 Kesişen Doğrulardan Kapalı Şekillere: Çokgen

**MERAK KAPISI**

Lina masaya üç uzun kalem koyup bir üçgen oluşturdu. Doruk da üç kalem aldı ama bir türlü kapalı bir şekil elde edemedi: Kalemlerinden ikisi yan yana paralel duruyordu. **Sizce üç doğru her zaman kapalı bir şekil oluşturur mu? Hangi koşul gerekir?**

## Doğruları Ardışık Olarak Kesiştirelim

Cetvelle ya da matematik yazılımındaki doğru aracıyla şu çizimi yapınız:

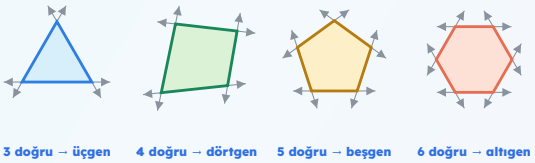
1. Bir a doğrusu çiziniz.
2. a'yı kesen bir b doğrusu çiziniz.
3. b'yi kesen ve aynı zamanda **a ile de kesişen** bir c doğrusu çiziniz.

Üç doğrunun arasında üç kesişim noktasıyla sınırlanan **kapalı bir şekil** oluştu: bir **üçgen**. Burada önemli olan, her doğrunun bir sonrakiyle kesişmesi ve **son doğrunun ilk doğruyla** kesişmesidir. Buna doğruların **ardışık kesişimi** diyoruz.

Aynı çalışmayı dört doğruyla yapınız: a, b'yi; b, c'yi; c, d'yi; d de a'yı kessin. Ortada bir **dörtgen** oluşur. Beş doğruyla bir **beşgen**, altı doğruyla bir **altıgen** elde edersiniz.

**Ardışık kesişen doğrulardan çokgenler**

Ölçekli değildir




**Tanım Çokgen**

Düzlemde en az üç doğrunun, son doğru ilk doğruyla da kesişecek biçimde **ardışık kesişmesiyle** oluşan kapalı şekle çokgen denir. Çokgeni sınırlayan doğru parçaları çokgenin **kenarlarıdır**; doğruların kesişim noktaları ise **köşeleridir**.

Çizimlerinizi inceleyerek aşağıdaki tabloyu oluşturabilirsiniz:

| Doğru sayısı | Çokgen | Kenar sayısı | Köşe sayısı |
|---|---|---|---|
| 3 | üçgen | 3 | 3 |
| 4 | dörtgen | 4 | 4 |
| 5 | beşgen | 5 | 5 |
| 6 | altıgen | 6 | 6 |
| 7 | yedigen | 7 | 7 |
| 8 | sekizgen | 8 | 8 |

Tablodan şu sonuç çıkar: Bir çokgende **kenar sayısı, köşe sayısı ve onu oluşturan doğru sayısı birbirine eşittir.** Belirli sayıda kenarı olan bir çokgen, aynı sayıda doğrunun ardışık kesişimiyle oluşur. Çokgenler de kenar sayılarına göre adlandırılır.

Bir çokgene ad verirken köşelerindeki harfler **sırayla** yazılır. Köşeleri sırasıyla A, B, C, D olan dörtgen "ABCD dörtgeni" diye okunur. Bu dörtgende her köşe, harf sırasında kendinden hemen önce ve hemen sonra gelen köşeyle ardışıktır; son köşe D de ilk köşe A ile ardışıktır.

**Üç doğru her zaman üçgen oluşturmaz**

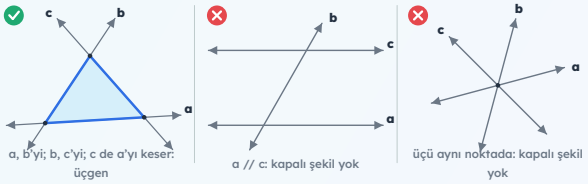
Üç doğrudan ikisi **paralelse** ya da üçü **aynı noktadan** geçiyorsa kapalı bir şekil oluşmaz. Merak Kapısı'nda Doruk'un kalemlerinden ikisi paralel olduğu için kapalı şekil elde

Tuzağa düşme!

edilememiştir. Kapalı şekil için doğruların ardışık olarak kesişmesi ve son doğrunun ilk doğruyla kesişmesi gerekir.

**Üç doğru ne zaman üçgen oluşturur?**

Ölçekli değildir




# 6 Çokgenlerin Kenar ve Açı Özellikleri

## MERAK KAPISI

Bal arılarının yaptığı peteklerin gözleri altıgen biçimindedir. Gözler birbirine boşluksuz yaslanır. Kerem "Arılar altıgeni rastgele seçmiştir." diyor. Ela ise "Altıgenin açılarında bir sır olmalı." diye düşünüyor. **Sizce altıgenlerin aralarında boşluk kalmadan birleşmesi açılarıyla ilgili olabilir mi?** Bu bölümün sonunda tekrar düşününüz.

## Çokgenin Elemanları

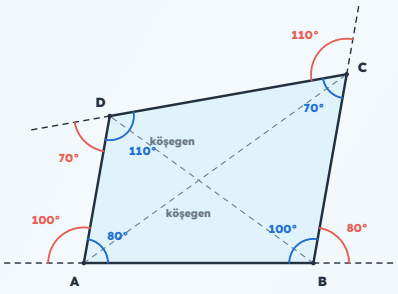
Önceki bölümde çokgenlerin kenarlarını ve köşelerini tanıdınız. Şimdi açılarına bakalım.

Çokgenin iki komşu kenarı arasında, çokgenin **iç bölgesinde** kalan açıya **iç açı** denir. ABCD dörtgeninin dört iç açısı vardır: DAB, ABC, BCD ve CDA açıları.

Çokgenin bir kenarını köşeden dışarı doğru uzattığınızı düşününüz. Uzantı ile o köşedeki öbür kenar arasında, çokgenin dışında bir açı oluşur. İç açıyla **komşu bütünler** olan bu açıya **dış açı** denir. Aşağıdaki dörtgende her köşede bir uzantı çizilmiştir; dört köşeden dört dış açı elde edilir.

**Dörtgenin iç ve dış açıları**

Ölçekli değildir




Şekilde B köşesindeki iç açı 100°'dir. Bu köşedeki dış açı onun bütünleridir: 180 – 100 = 80. Yani dış açı 80°'dir. İç açı ile dış açının toplamı her köşede 180°'dir.

**Tanım Köşegen**

Çokgenin **ardışık olmayan** iki köşesini birleştiren doğru parçasına köşegen denir.

ABCD dörtgeninde [AC] ve [BD] köşegendir. [AB] ise köşegen değildir; çünkü A ile B ardışık köşelerdir ve [AB] bir kenardır. Üçgenin her köşesi öbür iki köşeyle ardışık olduğu için **üçgenin köşegeni yoktur**.

Tuzağa düşme!

**Kenar mı, köşegen mi?**
Bir köşeyi **yanındaki** köşeye birleştiren doğru parçası kenardır. Köşegen, birleştirdiği iki köşe arasında **en az bir köşe** atlar.

## Düzgün Çokgenler

Öğretmeninizin dağıttığı çokgen modellerinin kenarlarını cetvelle, iç açılarını açıölçerle ölçünüz. Bazı modellerde bütün kenarların birbirine eşit ve bütün iç açıların birbirine eşit olduğunu görürsünüz.

Tanım Düzgün çokgen

**Bütün kenar uzunlukları eşit** ve **bütün iç açılarının ölçüleri eşit** olan çokgenlere düzgün çokgen adı verilir.

| Düzgün çokgen | Kenar sayısı | Her bir iç açısı |
|---|---|---|
| Eşkenar üçgen | 3 | 60° |
| Kare | 4 | 90° |
| Düzgün altıgen | 6 | 120° |

Bir çokgenin düzgün olması için **iki koşul birlikte** sağlanmalıdır. Örneğin dikdörtgenin bütün açıları 90°'dir ama kenarları eşit değilse düzgün çokgen değildir. Bütün kenarları eşit olan ama açıları eşit olmayan bir dörtgen (eşkenar dörtgen) de düzgün çokgen değildir. Kare ise iki koşulu da sağlar.

**Düzgün olan ve olmayan dörtgenler**

Ölçekli değildir

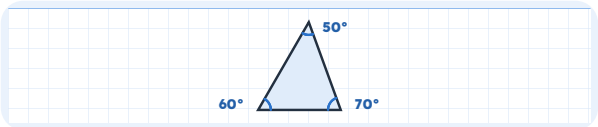



Merak Kapısı'ndaki petek sorusuna dönelim. Düzgün altıgenin her iç açısı 120°'dir. Üç petek gözü bir köşede buluştuğunda açılar 120 + 120 + 120 = 360 eder; yani bir tam açı oluşur ve arada boşluk kalmaz. Ela'nın tahmini doğrudur. Kare biçimli karolarda dört köşe buluşur: 90 × 4 = 360. Eşkenar üçgenlerde altı köşe buluşur: 60 × 6 = 360.

## Üçgenleri Açılarına Göre Sınıflandırma

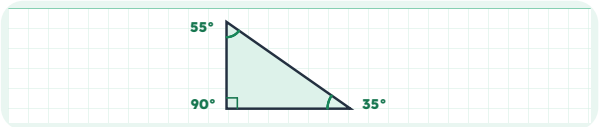
Üçgenleri kenarlarına göre çeşitkenar, ikizkenar ve eşkenar diye ayırmayı biliyorsunuz. Üçgenleri **açılarına göre** de sınıflandırabiliriz:

DAR AÇILI ÜÇGEN



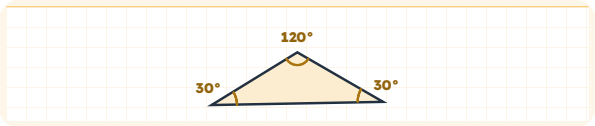

**Üç iç açısı da dar** açıdır. Örnek: 50°, 60°, 70°.

DİK ÜÇGEN




**Bir iç açısı dik** açıdır. Örnek: 90°, 35°, 55°.

**GENİŞ AÇILI ÜÇGEN**




**Bir iç açısı geniş** açıdır. Örnek: 120°, 30°, 30°.

## Üçgenin İç Açılarının Ölçüleri Toplamı

Hangi üçgeni keserseniz kesin, üç köşe yan yana gelince bir **doğru açı** oluşur. Açıölçerle yaptığınız ölçmeler de aynı sonucu verir. Örneğin iç açıları 50°, 60° ve 70° olan bir üçgende 50 + 60 + 70 = 180'dir.

**Üçgenin köşelerini yan yana dizmek**

Ölçekli değildir




**Üçgenin iç açıları**

**Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180°'dir.**

Bu sonuç önemli bir soruyu cevaplar: Bir üçgenin iki dik açısı olabilir mi? İki dik açının toplamı 90 + 90 = 180'dir; üçüncü açıya hiç pay kalmaz. Bu yüzden **bir üçgenin iki dik açısı olamaz**. İki geniş açının toplamı ise 180°'den büyük olur; **bir üçgenin iki geniş açısı da olamaz**. Her üçgenin en az iki açısı dar açıdır.

## İkizkenar ve Eşkenar Üçgende Açılar

İki kenarı eşit uzunlukta olan bir ikizkenar üçgen çiziniz. Eşit kenarların **karşısındaki** açıları açıölçerle ölçünüz. Bu iki açının ölçüleri eşit çıkar. Kısacası ikizkenar üçgende **eş kenarların karşısındaki iki iç açı da eş ölçülüdür.**

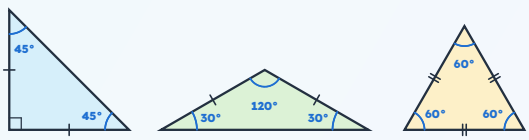
Eşkenar üçgende üç kenar da eşittir; bu yüzden üç iç açı da birbirine eşittir. Toplamları 180° olduğuna göre her biri 180 ÷ 3 = 60 derecedir. **Eşkenar üçgenin bütün iç açıları 60°'dir.**

Açılara ve kenarlara göre üçgen çeşitleri arasında ilişki kurabiliriz:

- Bir ikizkenar üçgen **dik** olabilir: 90°, 45°, 45°.
- Bir ikizkenar üçgen **geniş açılı** olabilir: 120°, 30°, 30°.
- Bir eşkenar üçgen ne dik ne geniş açılı olabilir; her zaman **dar açılıdır**.

**İkizkenar ve eşkenar üçgenlerde açılar**

Ölçekli değildir



# 7 Kesişen Çemberlerle Üçgen İnşası

**MERAK KAPISI**

Doruk, müzede bir çini tabağın üstünde eş büyüklükte, iç içe geçmiş çemberlerden oluşan çiçek biçimli bir desen görüyor. Bu desene "yaşam çiçeği" deniyor. Doruk "Usta bu kadar düzgün yaprakları çizmek için her şeyi cetvelle ölçmüş olmalı." diyor. Lina ise "Desende kenarları eşit küçük üçgenler saklı; usta hiç ölçmeden yalnızca pergelle çalışmış olabilir." diye karşılık veriyor. **Sizce ölçmeden eşkenar üçgen elde etmek mümkün mü? Pergel bize nasıl yardım edebilir?**

## İki Noktada Kesişen İki Çember

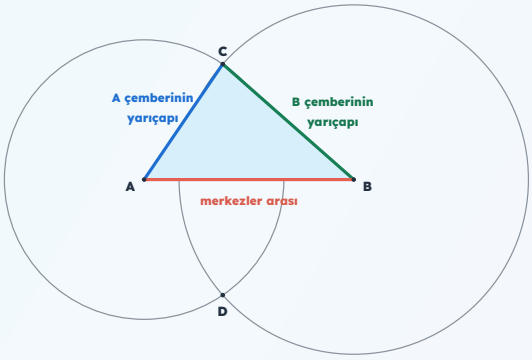
A merkezli bir çember ile B merkezli bir çember çiziniz. Merkezleri birbirine öyle yakın seçiniz ki çemberler **iki noktada** kesişsin. Kesişim noktalarından birine C adını veriniz. Şimdi çizgeçle A, B ve C noktalarını birleştiriniz. Bir ABC üçgeni oluştu.

Bu üçgenin kenarlarını inceleyelim:

- [AC], A merkezli çemberin **yarıçapıdır**; çünkü A merkez, C çember üzerindedir.
- [BC], B merkezli çemberin **yarıçapıdır**.
- [AB], iki çemberin **merkezlerini** birleştirir.

**Kesişen iki çember ve ABC üçgeni**

Ölçekli değildir




Kenarların ikisi yarıçap, biri merkezler arası uzaklık olduğuna göre **varsayımda bulununuz**: Çemberlerin yarıçaplarını nasıl seçersek eşkenar, ikizkenar ya da çeşitkenar üçgen elde ederiz?

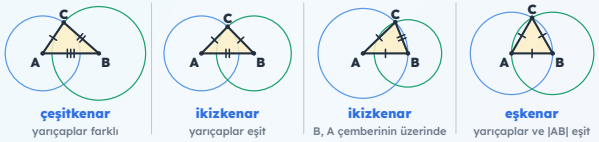
## Varsayımlarımızı Sınayalım

Farklı çember çiftleri çizip oluşan üçgenleri inceleyiniz. Aşağıdaki tablo sonuçları özetler.

| Çemberlerin durumu | Eşit kenarlar | Üçgen |
|---|---|---|
| Yarıçaplar farklı; merkezler arası uzaklık iki yarıçaptan da farklı | yok | çeşitkenar |
| Yarıçaplar eşit; merkezler arası uzaklık yarıçaptan farklı | [AC] ve [BC] | ikizkenar |
| Yarıçaplar farklı; B merkezi A çemberinin üzerinde | [AB] ve [AC] | ikizkenar |
| Yarıçaplar eşit; her merkez öbür çemberin üzerinde | üç kenar | eşkenar |

**Çember çiftleri ve oluşan üçgenler**

Ölçekli değildir




Son satıra dikkat ediniz. B merkezi A çemberinin üzerindeyse [AB] de A çemberinin bir yarıçapıdır. A merkezi B çemberinin üzerindeyse [AB] aynı zamanda B çemberinin de yarıçapıdır. Yarıçaplar eşit olduğunda üç kenar da aynı uzunlukta olur.

## Eşkenar Üçgen İnşası

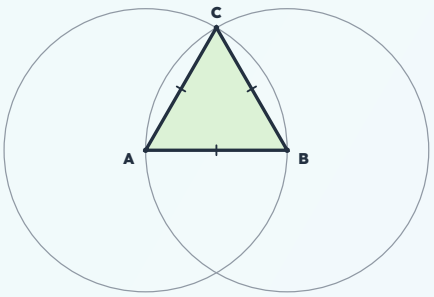
Bir [AB] doğru parçası veriliyor. Bir kenarı [AB] olan eşkenar üçgeni **ölçme yapmadan** inşa edelim.

1. Pergelin sivri ucunu A'ya, kalemli ucunu B'ye getiriniz. Pergelin açıklığı artık |AB| kadardır.
2. Bu açıklıkla, merkezi A olan bir çember çiziniz. Çember B'den geçer.
3. Açıklığı bozmadan sivri ucu B'ye koyup merkezi B olan bir çember çiziniz. Bu çember de A'dan geçer.
4. İki çemberin kesişim noktalarından birine C adını veriniz.
5. Çizgeçle [AC] ve [BC] doğru parçalarını çiziniz.

[AC] ve [AB], A merkezli çemberin yarıçaplarıdır. [BC] ve [BA], B merkezli çemberin yarıçaplarıdır. İki çemberin yarıçapı aynıdır. Öyleyse |AB| = |AC| = |BC| olur ve ABC bir **eşkenar üçgendir**. Hiçbir adımda cetvelle ölçme yapmadık.

**Eşkenar üçgen inşası**

Ölçekli değildir




1. Pergeli A'dan B'ye aç.
2. A merkezli çemberi çiz.
3. B merkezli çemberi çiz.
4. Kesişim noktası C'yi işaretle.
5. [AC] ve [BC]'yi çiz.

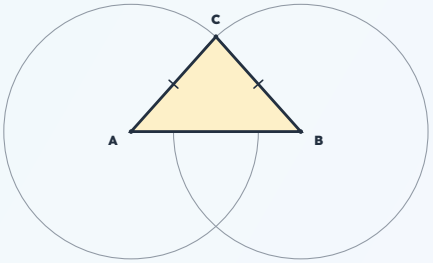
## İkizkenar Üçgen İnşası

1. Bir [AB] doğru parçası çiziniz.
2. Pergeli, iki çemberin kesişeceği kadar geniş, ama |AB|'den farklı bir açıklıkta açınız. Bu açıklığı bozmayınız.
3. Merkezi A olan bir çember, aynı açıklıkla merkezi B olan bir çember çiziniz.
4. Kesişim noktalarından birine C adını verip [AC] ve [BC]'yi çiziniz.

İki çemberin yarıçapı eşit olduğu için |AC| = |BC| olur. ABC bir **ikizkenar üçgendir**. Pergelin açıklığı |AB|'ye eşit seçilseydi üçgen eşkenar olurdu.

**İkizkenar üçgen inşası**

Ölçekli değildir

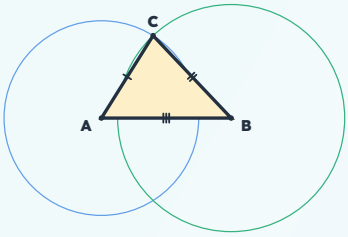



## Çeşitkenar Üçgen İnşası

Bir [AB] doğru parçası çiziniz. Merkezi A olan çemberi bir açıklıkla, merkezi B olan çemberi **farklı** bir açıklıkla çiziniz. Açıklıkların ikisi de |AB|'den farklı olsun ve çemberler iki noktada kesişsin. Kesişim noktalarından biri C olsun. Bu durumda |AC|, |BC| ve |AB| birbirinden farklıdır; ABC bir **çeşitkenar üçgendir**. Örneğin yarıçaplar 4 cm ve 5 cm, merkezler arası uzaklık 6 cm olursa oluşan üçgen çeşitkenardır.

**Çeşitkenar üçgen inşası**

Ölçekli değildir




1. [AB]'yi çiz.
2. Pergeli |AB|'den farklı bir açıklıkta aç; A merkezli çemberi çiz.
3. Açıklığı değiştir (|AB|'den ve ilk açıklıktan farklı olsun); B merkezli çemberi çiz.
4. Kesişim noktası C'yi işaretle.
5. [AC] ve [BC]'yi çiz. Üç kenar da farklıdır.

Tuzağa düşme!

**Çemberler kesişmezse üçgen oluşmaz**

Pergel açıklıkları çok küçük seçilirse çemberler kesişmez ve üçgen elde edilemez. İkizkenar üçgen inşasında iki açıklık eşittir; çemberlerin kesişmesi için iki açıklığın toplamı |AB|'den **büyük** olmalıdır. Kesişim yoksa açıklığı büyütüp yeniden deneyiniz.

## Önermeler ve Katkıları

İnşalarımızdan şu önermeleri çıkarabiliriz:

- İki çemberin yarıçapları eşitse merkezler ve bir kesişim noktasıyla oluşan üçgen **en az ikizkenardır**.
- İki çemberin yarıçapları eşit ve her merkez öbür çemberin üzerindeyse üçgen **eşkenardır**.
- Yarıçaplar farklı ve merkezler arası uzaklık iki yarıçaptan da farklıysa üçgen **çeşitkenardır**.

Bu yöntem bize büyük bir kolaylık sağlar: İstediğimiz türde üçgeni **hiç ölçmeden** oluşturabiliriz. Örneğin eşkenar üçgenin özelliklerini incelemek istediğimizde farklı büyüklüklerde pek çok eşkenar üçgen inşa edip açılarını ölçebiliriz. Hepsinde her açının 60° çıkması, önceki bölümdeki bulgumuzu doğrular.

**Yaşam çiçeğinde saklı üçgenler**

Ölçekli değildir

