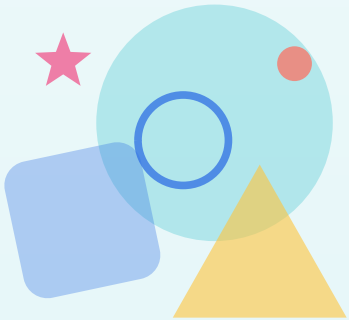
Talim Noktası.

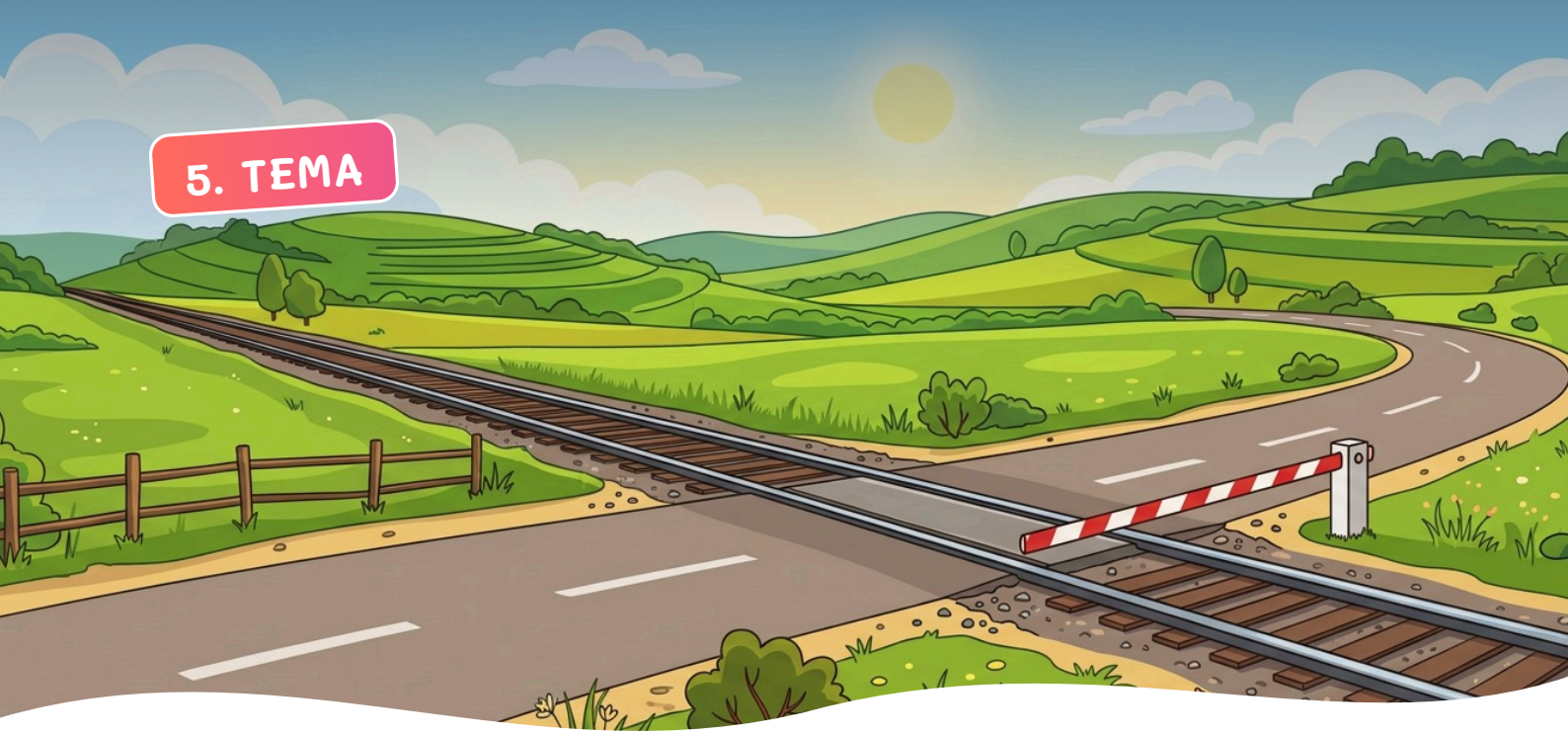
6. Sınıf

Matematik

Paralel doğrular ve kesen

5. Tema: Geometrik Şekiller · Konu 08 · Konu Anlatımı





5. TEMA

Paralel doğrular ve kesen

Geometrik Şekiller · Konu 08

Bu temada neler var?

1 İki Paralel Doğru ve Bir Kesen 4
2 Yöndeş Açılar 7
3 İç Ters ve Dış Ters Açılar 10
4 İki Doğru Paralel mi? 13
★ Konu Testi 17
★ Cevap Anahtarı 19

Demir yolu rayları kilometrelerce birbirine paralel uzanır. Bir köy yolu bu rayları eğik olarak kestiğinde yol ile raylar arasında açılar oluşur. Yolun iki rayla yaptığı açılar birbirinin aynısı mıdır? Bu konuda iki paralel doğru ve bir kesenle oluşan sekiz açıyı tanıyacak, bu açıları özelliklerine göre gruplandıracak ve adlandıracaksınız. Tek bir açının ölçüsünü bilerek diğer açıların ölçülerini nasıl bulabileceğinizi de keşfedeceksiniz.

Bu bölümde

- İki paralel doğru ve bir kesenle oluşan açıları belirleyeceksiniz.
- Bu açıları iç bölgede ve dış bölgede olmalarına göre ayıracaksınız.
- Yöndeş, iç ters ve dış ters açıları tanıyıp adlandıracaksınız.
- Bu açı çiftlerinin eş olduğunu ölçerek göstereceksiniz.
- İki doğrunun paralel olup olmadığını açılara bakarak belirleyeceksiniz.

Anahtar kavramlar

paralel doğrular · kesen · iç bölge · dış bölge · yöndeş açılar · iç ters açılar · dış ters açılar

Etkinlik 1

Ön değerlendirme: Ne hatırlıyorsunuz?

Doğru ifadelerin yanına **D**, yanlış ifadelerin yanına **Y** yazınız. Yanlış bulduğunuz ifadeyi düzelterek yeniden yazınız.

1. Aynı düzlemdeki paralel iki doğru hiçbir noktada kesişmez.
2. Kesişen iki doğrunun oluşturduğu ters açıların ölçüleri eşittir.
3. Bütünler iki açının ölçüleri toplamı 90°'dir.
4. Bir doğru üzerinde yan yana duran iki komşu açının ölçüleri toplamı 180°'dir.
5. Kesişen iki doğrunun oluşturduğu dört açının hepsi her zaman dar açıdır.

Zorlandıysanız: İki doğru bir noktada kesiştiğinde dört açı oluşur. Karşılıklı duran açılara ters açılar denir ve ters açıların ölçüleri eşittir. Yan yana duran ve bir kenarı ortak olan açılar ise komşu açılardır. Bir doğru üzerindeki komşu iki açı birlikte doğru açıyı oluşturur. Doğru açının ölçüsü 180° olduğu için bu iki açı bütünlerdir.

Notlarım



1 İki Paralel Doğru ve Bir Kesen

Çizgili defterinizin satır çizgileri birbirine paraleldir. Bu çizgiler ne kadar uzatılırsa uzatılsın hiçbir noktada kesişmez. Cetvelinizi sayfanın üzerine eğik olarak koyup bir çizgi çizdiğinizde bu çizgi bütün satır çizgilerini keser.

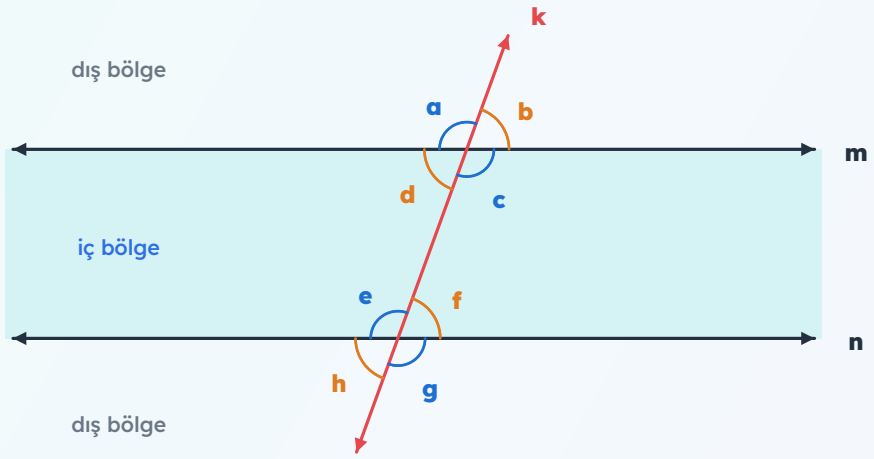
Tanım Kesen

Aynı düzlemdeki iki ya da daha fazla doğruyu farklı noktalarda kesen doğruya kesen denir.

Aşağıdaki şekilde m ve n doğruları birbirine paraleldir. Bu durum kısaca m // n biçiminde gösterilir. Şekildeki k doğrusu ise bu iki doğruyu kesen doğrudur. Kesen, her paralel doğruyla dört açı oluşturur. Böylece toplam sekiz açı meydana gelir. Bu açıları a, b, c, d, e, f, g ve h harfleriyle adlandıralım. Şekilde dar açılar turuncu, geniş açılar mavi yayla gösterilmiştir.

Notlarım

İki paralel doğru, bir kesen ve sekiz açı



İki paralel doğrunun arasında kalan bölgeye **iç bölge**, paralel doğruların dışında kalan bölgelere ise **dış bölge** denir. Şekilde c, d, e ve f açıları iç bölgededir. Bu açılara **iç açılar** denir. Geriye kalan a, b, g ve h açıları ise dış bölgededir. Bu açılara da **dış açılar** denir.

Sekiz açının bazıları birbirinin ters açısı, bazıları da komşu açısıdır. Örneğin a ile c ters açılardır, ölçüleri eşittir. Aynı doğru üzerinde yan yana duran a ile b ise komşu açılardır. Ölçüleri toplamı 180°'dir.

Örnek 1: Açıları gruplandıralım

Soru: Şekildeki sekiz açıyı iç açılar ve dış açılar olarak iki gruba ayırınız. Sonra her gruptaki açıların kesenin hangi tarafında kaldığını belirtiniz.

Anlayalım: Paralel doğruların arasındaki açılar iç açılar, dışındaki açılar dış açılardır. Kesen, düzlemi sol ve sağ olarak iki tarafa ayırır.

Planlayalım: Önce her açının iki paralel doğrunun arasında olup olmadığına bakalım. Sonra açının kesenin solunda mı sağında mı kaldığını belirleyelim.

Çözelim:

> İç açılar: c ve f kesenin sağında, d ve e kesenin solundadır.
> Dış açılar: b ve g kesenin sağında, a ve h kesenin solundadır.

Kontrol edelim: Her grupta dört açı vardır. İki grupta toplam sekiz açı bulunur ve hiçbir açı iki kez yazılmamıştır.

Ne öğrendik?

1 Kesen nedir? Kendi cümlelerinizle açıklayınız.

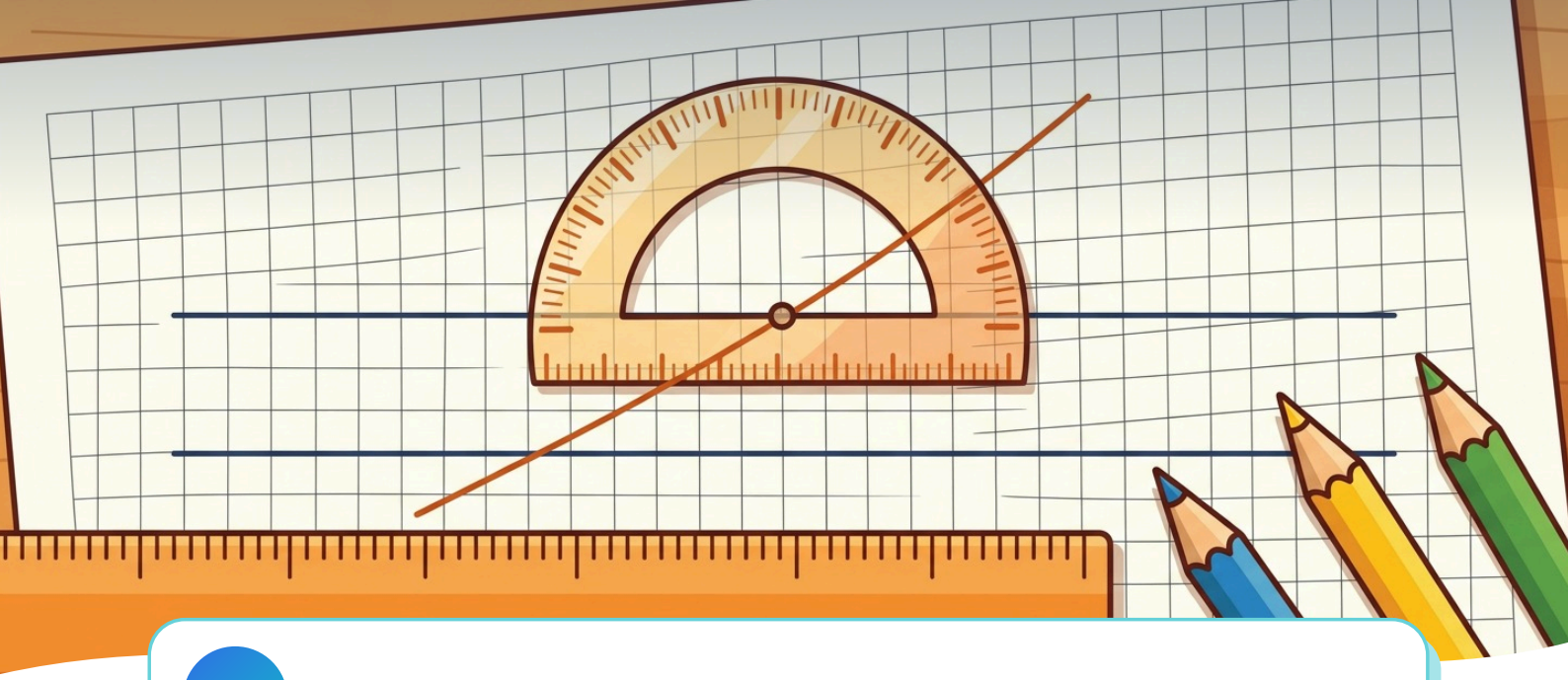
2 İki paralel doğru ve bir kesenle kaç açı oluşur?

3 Şekildeki e ve g açıları arasında nasıl bir ilişki vardır?

4 Şekildeki açılardan hangisi dış bölgededir?

A) c
B) d
C) f
D) h

Notlarım



2 Yöndeş Açılar

Etkinlik 2

Etkinlik: Açıölçerle keşfedelim

Malzemeler: kareli kâğıt, cetvel, açıölçer, renkli kalemler.

1. Kareli kâğıdın çizgilerini kullanarak birbirine paralel iki doğru çiziniz.
2. Bu iki doğruyu eğik olarak kesen bir doğru çiziniz. Oluşan sekiz açıyı a, b, c, d, e, f, g ve h harfleriyle adlandırınız.
3. Açıölçerle sekiz açının ölçüsünü ölçüp yazınız.
4. Üstteki kesişme noktasında sağ üstte kalan açı ile alttaki kesişme noktasında sağ üstte kalan açıyı aynı renge boyayınız. Bu iki açının ölçülerini karşılaştırınız.
5. Diğer köşelerdeki açılar için de aynısını yapınız. Ne fark ettiniz?

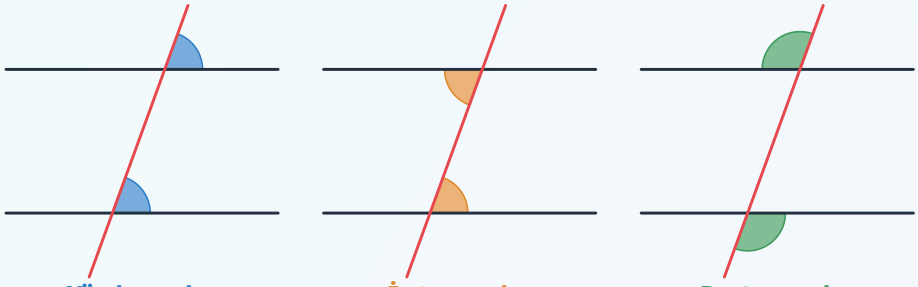
Etkinlikte iki kesişme noktasındaki açıların birbirinin kopyası gibi olduğunu fark etmişsinizdir. Üstteki noktada sağ üstte kalan açı ile alttaki noktada sağ üstte kalan açı aynı yöne bakar ve ölçüleri eşittir.

Tanım Yöndeş açılar

İki doğru ve bir kesenle oluşan açılardan, iki kesişme noktasında aynı konumda bulunan ve aynı yöne bakan açılara yöndeş açılar denir.

Şekilde a ile e, b ile f, c ile g, d ile h yöndeş açılardır. Doğrular paralelse yöndeş açılar **eş açılardır**, yani ölçüleri eşittir. Bunu şöyle düşünebiliriz: m doğrusunu, kesen boyunca kaydırarak n doğrusunun üzerine getirdiğimizi hayal edelim. Doğrular paralel olduğu için m doğrusu n doğrusunun tam üzerine oturur. Üstteki dört açı, alttaki dört açının üzerine kayar.

Açı çiftleri



Örnek 2: Demir yolu geçidi

Soru: Paralel iki ray, bir köy yolu tarafından eğik olarak kesilmektedir. Yolun birinci rayla yaptığı açılardan sağ üstte kalanın ölçüsü 65°'dir. Yolun ikinci rayla yaptığı açılardan sağ üstte kalanın ölçüsü kaç derecedir?

Anlayalım: Raylar paralel doğrular, yol ise kesendir. İstenen açı, verilen açıyla aynı konumdadır.

Planlayalım: İki açı aynı yöne baktığı için yöndeş açılardır. Paralel doğrularda yöndeş açıların ölçüleri eşittir.

Çözelim: İstenen açının ölçüsü 65°'dir.

Kontrol edelim: Kareli kâğıda paralel iki doğru ve 65°'lik açıyla bir kesen çizip ikinci açıyı ölçtüğümüzde yine 65° buluruz.

Ne öğrendik?

1. Yöndeş açılara günlük hayattan bir örnek veriniz.

2. Şekilde c açısının yöndeşi hangi açıdır?

3. Şekilde b açısının ölçüsü 70° ise f açısının ölçüsü kaç derecedir?

4 Şekilde h açısının yöndeşi hangisidir?

A) b
B) d
C) e
D) g

Notlarım



3 İç Ters ve Dış Ters Açılar

Bahçe kapılarında yatay iki tahtayı çapraz bir tahta birleştirir. Yatay tahtalar birbirine paraleldir, çapraz tahta ise bir kesendir. Çapraz tahtanın üst tahtayla ve alt tahtayla yaptığı açılar bir Z harfinin köşelerini andırır. Bu açılar iç bölgededir ve kesenin farklı taraflarında durur.

Tanım İç ters açılar

İki doğru ve bir kesenle oluşan açılardan, iki doğrunun arasında ve kesenin farklı taraflarında bulunan açı çiftlerine iç ters açılar denir.

Tanım Dış ters açılar

İki doğru ve bir kesenle oluşan açılardan, iki doğrunun dışında ve kesenin farklı taraflarında bulunan açı çiftlerine dış ters açılar denir.

Şekilde c ile e ve d ile f iç ters açılardır. Şekildeki a ile g ve b ile h ise dış ters açılardır. Doğrular paralelse iç ters açılar da dış ters açılar da **eş açılardır**.

Bunun nedenini bildiğimiz açılarla gösterebiliriz. Şekilde d ile b ters açılardır, ölçüleri eşittir. Ayrıca b ile f yöndeş açılardır, ölçüleri eşittir. Öyleyse d açısının ölçüsü f açısının ölçüsüne eşittir. Dış ters açılar için de aynı yol izlenebilir.

Örnek 3: Tek açıdan sekiz açıya

Soru: Şekilde m // n ve b açısının ölçüsü 70°'dir. Diğer yedi açının ölçülerini bulunuz.

Anlayalım: Bir açının ölçüsü verilmiştir. Ters, komşu, yöndeş, iç ters ve dış ters açıların özelliklerini kullanabiliriz.

Planlayalım: Önce üstteki kesişme noktasındaki açıları, sonra yöndeş açılarla alttaki açıları bulalım.

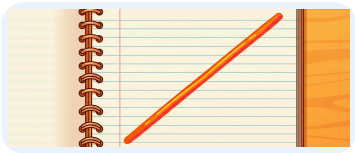
Çözelim:

> Ters açılar olan b ile d: d açısı 70°'dir.
> Komşu açılar olan a ile b: a açısı 180° – 70° = 110°'dir.
> Ters açılar olan a ile c: c açısı 110°'dir.
> Yöndeş açılardan: e açısı 110°, f açısı 70°, g açısı 110°, h açısı 70°'dir.

Kontrol edelim: İç ters açılar olan d ile f'nin ölçüleri 70°, c ile e'nin ölçüleri 110°'dir. Dış ters açılar olan a ile g'nin ölçüleri 110°, b ile h'nin ölçüleri 70°'dir. Bütün çiftler eştir.

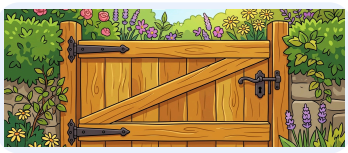
Örnekte sekiz açının yalnızca iki farklı ölçüsü olduğunu görüyoruz: 70° ve 110°. Kesen paralel doğrulara dik değilse açıların dördü dar açı, dördü geniş açıdır. Her dar açı ile her geniş açının ölçüleri toplamı 180°'dir.

ÇİZGİLİ DEFTER



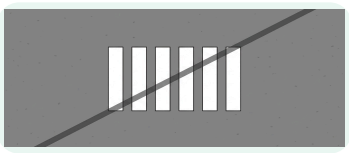
Satır çizgileri paraleldir. Eğik çizdiğimiz bir çizgi her satırla aynı açıları yapar.

BAHÇE KAPISI



Çapraz tahta, yatay tahtalarla iç ters açılar oluşturur. Bu açılar eştir.

YAYA GEÇİDİ



Şeritler paraleldir. Şeritleri eğik kesen düz bir çizgi, her şeritle eş yöndeş açılar oluşturur.

✓ Ne öğrendik?

1. İç ters açılar ile dış ters açılar arasındaki fark nedir?

2. Şekilde e açısının iç tersi hangi açıdır?

3. Şekilde a açısının ölçüsü 118° ise g açısının ölçüsü kaç derecedir?

4 Paralel iki doğru ve bir kesenle oluşan iç ters açılardan birinin ölçüsü 54°'dir. Diğerinin ölçüsü kaç derecedir?

A) 36°
B) 54°
C) 126°
D) 136°

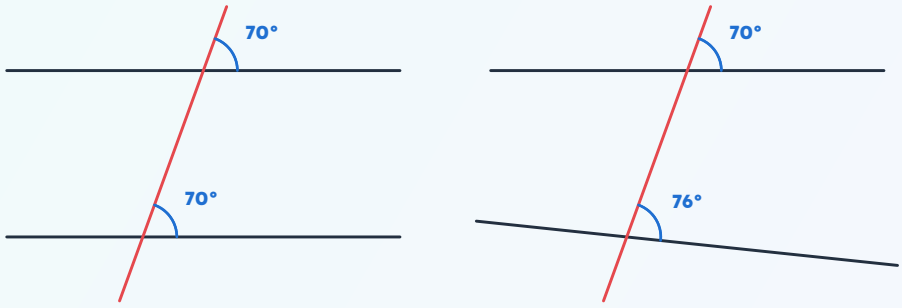
Notlarım



4 İki Doğru Paralel mi?

Şimdiye kadar doğruların paralel olduğunu bildiğimiz durumlarla çalıştık. Peki iki doğrunun paralel olup olmadığını bilmiyorsak ne yaparız? Doğruları uzatıp kesişip kesişmediklerine bakmak her zaman mümkün değildir. Bunun yerine bir kesen çizip açılara bakabiliriz.

Paralel mi, değil mi?



Yöndeş açılar eş: doğrular paraleldir.

Yöndeş açılar eş değil: doğrular bir noktada kesişir.

Soldaki çizimde yöndeş açıların ölçüleri eşittir ve doğrular paraleldir. Sağdaki çizimde ise yöndeş açıların ölçüleri farklıdır. Bu doğrular uzatıldığında sol tarafta bir noktada kesişir. Demek ki iki doğru ve bir kesenle oluşan **yöndeş açılar eşse doğrular paraleldir**. İç ters açılar ya da dış ters açılar eşse de doğrular paraleldir.

Kesenin aynı tarafında ve iki doğrunun arasında kalan açılara da bakabiliriz. Konunun başındaki sekiz açılı şekilde d ile e kesenin solunda, c ile f kesenin sağındadır. Doğrular paralelken bu açıların ölçüleri toplamı 180°'dir. Çünkü d ile f iç ters açılar olduğundan eştir, f ile e ise komşu açılardır.

İki paralel doğru ve bir kesenle oluşan açı çiftleri

İki paralel doğru ve bir kesen

- **Yöndeş açılar**: Aynı yöne bakar. Ölçüleri eşittir.
- **İç ters açılar**: Paralel doğruların arasında, kesenin farklı taraflarındadır. Ölçüleri eşittir.
- **Dış ters açılar**: Paralel doğruların dışında, kesenin farklı taraflarındadır. Ölçüleri eşittir.
- **Aynı taraftaki iç açılar**: Paralel doğruların arasında, kesenin aynı tarafındadır. Ölçüleri toplamı 180°'dir.
- **Komşu açılar**: Aynı doğru üzerinde yan yanadır. Ölçüleri toplamı 180°'dir.

Örnek 4: Raflar paralel mi?

Soru: Bir marangoz, duvara iki raf ve bu rafları birleştiren eğik bir destek çıtası yerleştirmiştir. Destek çıtasının üst rafla yaptığı iç açılardan biri 62°'dir. Aynı tarafta, alt rafla yaptığı iç açı ise 120°'dir. Raflar birbirine paralel midir?

Anlayalım: Raflar iki doğru, destek çıtası ise kesendir. Verilen iki açı iç bölgede ve kesenin aynı tarafındadır.

Planlayalım: Raflar paralel olsaydı kesenin aynı tarafındaki iç açıların ölçüleri toplamı 180° olurdu. Toplamı hesaplayıp 180° ile karşılaştıralım.

Çözelim: 62° + 120° = 182°'dir. Toplam 180° olmadığı için raflar paralel değildir.

Kontrol edelim: Alt rafın üst rafla paralel olması için aynı taraftaki iç açının 180° − 62° = 118° olması gerekirdi. Ölçülen açı 120° olduğundan raflar paralel değildir.

Bağlantı: Kafes köprüler

Birçok çelik köprüde üst ve alt kirişler birbirine paraleldir. Bu kirişleri birleştiren eğik parçalar birer kesen gibidir. Bir eğik parçanın paralel kirişlerle oluşturduğu iç ters açılar eş olduğundan parçanın iki ucu aynı açıyla kesilir. Böylece çok sayıda eş parça kullanılabilir ve köprünün yapımı kolaylaşır.



Etkinlik 3

Performans görevi: Mahalle krokisi

Hayalinizdeki bir mahallenin krokisini çiziniz.



1. Krokide birbirine paralel iki cadde ve bu caddeleri eğik olarak kesen bir sokak bulunsun. Caddeleri ve sokağı cetvelle çiziniz.
2. Oluşan sekiz açıyı harflerle adlandırınız.
3. Açıölçerle yalnızca bir açıyı ölçünüz. Diğer yedi açının ölçüsünü hesaplayarak bulunuz ve her açı için hangi özelliği kullandığınızı yazınız.
4. Hesapladığınız açıları açıölçerle ölçerek kontrol ediniz.
5. Yöndeş, iç ters ve dış ters açı çiftlerini farklı renklerle boyayınız.
6. Krokiye caddelere paralel olmayan ikinci bir sokak ekleyiniz. Bu sokağın paralel olmadığını açılarla nasıl gösterebileceğinizi açıklayınız.

★ PUANLAMA ANAHTARI

Ölçüt	Tam (3)	Kısmen (2)	Henüz değil (1)
Çizim	Caddeler paralel, açılar doğru adlandırılmış	Çizimde küçük hatalar var	Caddeler paralel değil
Açı hesapları	Yedi açı doğru, özellikler yazılmış	Bazı açılar ya da özellikler eksik	Hesap yok
Açı çiftleri	Üç çeşit çift doğru renklendirilmiş	Bir çeşit çift hatalı	Çiftler belirlenmemiş
Paralellik açıklaması	Açılarla doğru gerekçe verilmiş	Gerekçe eksik	Açıklama yok

Tuzağa düşme!

Yanılgı avı: Paralel doğrular ve kesen

- ✗ “Yöndeş açılar her zaman eştir.” → ✓ Yöndeş açılar yalnızca doğrular **paralelse** eştir.
- ✗ “İç ters açıların ölçüleri toplamı 180°’dir.” → ✓ Doğrular paralelse iç ters açılar **eştir**. Toplamı 180° olanlar, kesenin aynı tarafındaki iç açılardır.
- ✗ “Kesen, paralel doğrulara dik olmak zorundadır.” → ✓ Kesen her açıyla kesebilir. Dik keserse sekiz açının hepsi 90° olur.
- ✗ “Paralel doğruların arasındaki açılar dış açılardır.” → ✓ Paralel doğruların arasında kalan açılar **iç açılardır**.
- ✗ “Paralel iki doğruda bir dar açı ile bir geniş açı iç ters açı olabilir.” → ✓ Doğrular paralelse iç ters açılar eştir. Biri dar, öteki geniş olamaz.

Ne öğrendik?

1. İki doğrunun paralel olup olmadığını açılara bakarak nasıl anlarsınız?

2. Kesenin aynı tarafındaki iki iç açının ölçüleri 75° ve 105°'dir. Doğrular paralel midir? Neden?

3. Paralel iki doğruyu dik kesen bir doğru çizildiğinde oluşan açıların ölçüleri kaç derecedir?

4. Paralel iki doğru ve bir kesenle oluşan açılardan biri 40°'dir. Aşağıdakilerden hangisi oluşan açılardan birinin ölçüsüdür?

A) 50°
B) 130°
C) 140°
D) 150°

Notlarım

Konu Testi

✓ Ne öğrendik?

Aşağıdaki soruları dikkatle okuyunuz. Her sorunun doğru seçeneğini işaretleyiniz.

1 İki paralel doğru ve bir kesenle oluşan açılardan, iki kesişme noktasında aynı konumda bulunan ve aynı yöne bakan açılara ne ad verilir?

A) İç ters açılar
B) Dış ters açılar
C) Yöndeş açılar
D) Komşu açılar

2 Paralel iki doğruyu kesen bir doğrunun oluşturduğu açılardan birinin ölçüsü 58°'dir. Aşağıdakilerden hangisi oluşan açılardan birinin ölçüsü olamaz?

A) 58°
B) 122°
C) 132°
D) Hiçbiri

3 Birbirine paralel iki raf ile bunları birleştiren eğik bir destek arasında oluşan iç ters açılardan birinin ölçüsü 45°'dir. Diğer açının ölçüsü kaç derecedir?

A) 45°
B) 90°
C) 135°
D) 145°

4 Paralel iki doğru ve bir kesenle oluşan, kesenin aynı tarafındaki iki iç açıdan birinin ölçüsü 75°'dir. Diğer açının ölçüsü kaç derecedir?

A) 75°
B) 95°
C) 105°
D) 115°

5 Bir kesen, m ve n doğrularını kesmektedir. Aşağıdaki bilgilerden hangisi m ve n doğrularının paralel olduğunu gösterir?

A) Yöndeş iki açının ölçüleri 80° ve 80°'dir.
B) Yöndeş iki açının ölçüleri 80° ve 100°'dür.
C) İç ters iki açının ölçüleri 70° ve 75°'tir.
D) Kesenin aynı tarafındaki iki iç açının ölçüleri 90° ve 80°'dir.

6 Paralel iki doğru ve bir kesenle oluşan dış ters açılardan birinin ölçüsü 131°'dir. Bu açının komşu açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 131°
B) 59°
C) 49°
D) 41°

KENDİME NOT

Bu konuda	Evet	Kısmen	Henüz değil
İki paralel doğru ve bir kesenle oluşan sekiz açıyı belirleyebiliyorum.			
Açıları iç ve dış açılar olarak ayırabiliyorum.			
Yöndeş, iç ters ve dış ters açıları adlandırabiliyorum.			
Bir açının ölçüsünden diğer yedi açının ölçüsünü bulabiliyorum.			
İki doğrunun paralel olup olmadığını açılara bakarak söyleyebiliyorum.			

Notlarım

Cevap Anahtarı

1. İki Paralel Doğru ve Bir Kesen

1. Aynı düzlemdeki iki ya da daha fazla doğruyu farklı noktalarda kesen doğrudur.
2. Sekiz açı oluşur.
3. Ters açılardır. Ölçüleri eşittir.
4. **D.**

2. Yöndeş Açılar

1. Örnek cevap: Merdiven korkuluğunda üstteki ve alttaki eğik borular paraleldir. Dikey bir dikme bu iki boruyu keser ve iki boruyla aynı yöne bakan eş açılar oluşturur.
2. Yöndeşi g açısıdır.
3. 70°'dir. Çünkü b ve f yöndeş açılardır.
4. **B.**

3. İç Ters ve Dış Ters Açılar

1. İç ters açılar iki doğrunun arasında, dış ters açılar iki doğrunun dışında bulunur. İkisi de kesenin farklı taraflarındadır.
2. İç tersi c açısıdır.
3. 118°'dir. Çünkü a ve g dış ters açılardır.
4. **B.**

4. İki Doğru Paralel mi?

1. Yöndeş, iç ters ya da dış ters açılardan bir çiftin ölçüleri eşse doğrular paraleldir.
2. Evet. Ölçülerin toplamı 75° + 105° = 180° olduğundan doğrular paraleldir.
3. Sekiz açının hepsi 90°'dir.
4. **C.** 180° – 40° = 140°

Konu Testi

1. **C.**
2. **C.** Oluşan açıların ölçüleri yalnızca 58° ya da 180° – 58° = 122° olabilir.

Cevap Anahtarı

3 **A.** İç ters açılar eştir.

4 **C.** 180° – 75° = 105°

5 **A.** Yöndeş açılar eşse doğrular paraleldir.

6 **C.** 180° – 131° = 49°

Notlarım