Talim Noktası.

7. Sınıf

Matematik

Dikdörtgenler Prizmasının Hacmi ve Eş Nesneler

2. Tema: Geometrik Nicelikler (1) · Konu 03 · Konu Anlatımı



2. TEMA

Dikdörtgenler prizmasının hacmi ve eş nesneler

Bu konuda neler var?

1 Hangi Kutu Daha Çok Alır? 4
2 Eş Nesnelerle Doldurma 7
3 Kare Prizma ve Küp: Eş Küplerle Yapılar 11
★ Konu Testi 14
★ Cevap Anahtarı 16

Uzun ve dar bir kutu mu, yoksa basık ve geniş bir kutu mu daha çok şey alır? Bu soruya göz kararıyla yanıt vermek çoğu zaman yanıltıcıdır. Bu konuda dikdörtgenler prizması biçimindeki kutuların hacimlerini, içlerine yerleştirilen eş nesneleri sayarak ölçmeyi ve karşılaştırmayı öğreneceksiniz.

Bu bölümde

- Dikdörtgenler prizması biçimindeki kutuların hacimlerini tahmin edip karşılaştıracaksınız.
- Bir kutuyu eş nesnelerle doldurarak hacmini ölçeceksiniz.
- Hacmi, prizmayı dolduran eş nesnelerin sayısıyla ifade edeceksiniz.
- Ölçme biriminin seçiminin sonucu nasıl etkilediğini açıklayacaksınız.

Anahtar kavramlar

hacim · eş nesne · ölçme birimi · dikdörtgenler prizması · kare prizma · küp · kat

Etkinlik 1

Ön değerlendirme: Ne düşünüyorsunuz?

Doğru ifadelerin yanına **D**, yanlış ifadelerin yanına **Y** yazınız. Yanlış bulduğunuz ifadeyi düzelterek yeniden yazınız.

1. Daha uzun olan kutu her zaman daha çok şey alır.
2. Küp, bütün ayrıtları eşit olan bir dikdörtgenler prizmasıdır.
3. Bir kutunun içine sığan nesne sayısı, nesnelerin büyüklüğüne bağlıdır.
4. Pinpon toplarıyla doldurulan bir kutuda hiç boşluk kalmaz.
5. İki kutunun hacmini karşılaştırırken her kutu için farklı büyüklükte nesneler kullanılabilir.

Zorlandıysanız: Dikdörtgenler prizmasının 6 yüzü, 12 ayrıtı ve 8 köşesi vardır. Bütün yüzleri kare olan dikdörtgenler prizmasına küp denir. Bir kutunun ne kadar şey alacağı yalnızca uzunluğuna değil, eni ve derinliğiyle birlikte bütün boyutlarına bağlıdır.

Notlarım



1 Hangi Kutu Daha Çok Alır?

Bir kutunun ne kadar şey alabileceğini merak ettiğimizde aslında kutunun **hacmini** soruyoruz. İki kutudan hangisinin daha çok şey aldığını anlamanın birkaç yolu vardır. Birini pirinçle doldurup pirinci öteki kutuya boşaltabiliriz. Pirinç taşarsa ilk kutunun, kutu dolmazsa ikinci kutunun hacmi daha büyüktür. Bu yol hangi kutunun büyük olduğunu gösterir ama "Ne kadar büyük?" sorusunu yanıtlamaz. Bunun için kutuları **aynı büyüklükteki nesnelerle** doldurup sayarız.

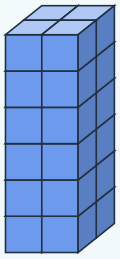
Tanım Hacim

Bir cismin uzayda kapladığı yerin büyüklüğüne hacim denir. Bir kutunun hacmi, kutunun içini tamamen dolduran eş nesnelerin sayısıyla ifade edilebilir. Örneğin "Bu kutunun hacmi 24 sayı küpüdür." diyebiliriz.

Biçim ve büyüklük bakımından aynı olan nesnelere **eş nesneler** denir. Aynı kalıptan çıkmış sayı küpleri, aynı paketten çıkan şeker küpleri ya da aynı markanın kibrit kutuları eş nesnelere örnektir.

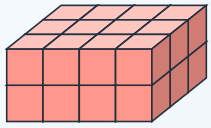
Görünüşe aldanmayın: A ve B kutuları

İki kutu da aynı büyüklükteki küplerle doldurulmuştur.



her katta 4 küp
6 kat
24 küp

A kutusu



her katta 12 küp
2 kat
24 küp

B kutusu

A kutusu uzun ve dar, B kutusu ise basık ve geniştir. İkisini de aynı küplerle doldurup katları sayalım. A kutusunun her katında 4 küp var ve 6 kat oluşmuş: 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24 küp. B kutusunun her katında 12 küp var ve 2 kat oluşmuş: 12 + 12 = 24 küp. Biçimleri çok farklı olsa da **iki kutunun hacmi eşittir.**

Örnek 1: Kutuları sıralayalım

Soru: Sınıfta üç kutu aynı sayı küpleriyle doldurulduu. K kutusuna 30, L kutusuna 36, M kutusuna 28 sayı küpü sığdı. Kutuları hacimlerine göre büyükten küçüğe sıralayınız.

Çözüm: Üç kutu da aynı birimle ölçüldüğü için sayıları doğrudan karşılaştırabiliriz: 36 > 30 > 28. **Sıralama L, K, M'dir.** L kutusu, K kutusundan 36 – 30 = 6 sayı küpü kadar daha büyüktür.

Örnek 2: Farklı birimler

Soru: Deniz kutusunu şeker küpleriyle doldurdu ve 60 şeker küpü saydı. Arda kendi kutusunu sayı küpleriyle doldurdu ve 40 sayı küpü saydı. Deniz, "Benim kutum daha büyük çünkü 60 > 40." diyor. Deniz haklı mıdır?

Çözüm: Deniz'in bu sayılarla karar vermesi doğru değildir. Şeker küpü ile sayı küpü aynı büyüklükte değildir. Farklı birimlerle bulunan sayılar karşılaştırılamaz. Doğru karar vermek için iki kutu da aynı birimle ölçülmelidir.

Ne öğrendik?

1. Hacim nedir? Kendi cümlelerinizle açıklayınız.

2. Uzun ve dar bir kutu ile basık ve geniş bir kutunun hacmini göz kararıyla karşılaştırmak neden yanıltıcı olabilir?

3. Bir kutu doldurulurken 5 katın her birine 9 sayı küpü yerleştirildi. Kutunun hacmi kaç sayı küpüdür?

4 Aynı küplerle doldurulan K kutusuna 28, L kutusuna 32, M kutusuna 24 küp sığıyor. Hacmi en büyük olan kutu hangisidir?

A) K
B) L
C) M
D) Üçü eşittir.

Notlarım



2 Eş Nesnelerle Doldurma

Bir kutuyu ölçmek için hangi nesneyi seçeceğimize biz karar veririz. Ancak her nesne aynı ölçüde işe yaramaz. İyi bir ölçme birimi seçmek için şu soruları sorarız:

- **Nesneler eş mi?** Farklı büyüklükteki nesnelerle yapılan sayım bir şey anlatmaz. Kutuya 10 büyük, 15 küçük taş sığması kutunun hacmini göstermez.
- **Nesneler boşluk bırakıyor mu?** Küpler ve kibrit kutuları kenar kenara oturur, aralarında boşluk kalmaz. Toplar ise birbirine yalnızca birkaç noktada değer, aralarında boşluk kalır.
- **Nesneler kutunun büyüklüğüne uygun mu?** Küçük bir kalem kutusunu süt kutularıyla ölçemeyiz. Büyük bir dolabı şeker küpleriyle ölçmek ise çok uzun sürer.

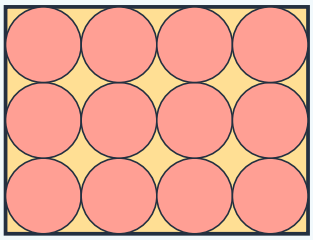
Tanım **Ölçme birimi**

Bir kutunun hacmini ölçerken kutuyu doldurmak için kullandığımız eş nesnelerin her birine ölçme birimi denir. İyi bir ölçme birimi için birbirinin aynı olan, kutuda boşluk bırakmadan dizilebilen ve kutunun büyüklüğüne uygun nesneler seçilir.

Toplar mı, küpler mi?

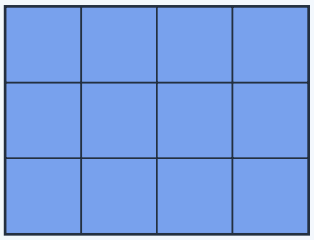
Kutuların önden görünüşü. Sarı alanlar boşlukları gösterir.

Pinpon topları



Aralarda boşluk kalır.

Küpler



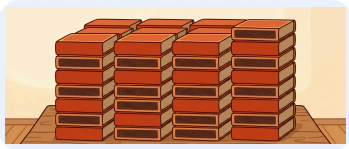
Boşluk kalmaz.

ŞEKER KÜPÜ



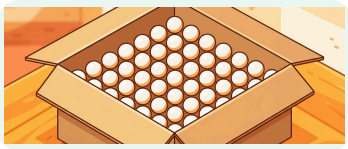
Kenar kenara dizilir, boşluk bırakmaz. Küçük kutuları ölçmek için uygundur.

KİBRİT KUTUSU



Dikdörtgenler prizması biçimindedir. Şeker küpünden büyük olduğu için büyük kutularda sayımı kısaltır.

PİNPON TOPU



Aralarında boşluk kalır. Bu yüzden bulunan sayı yaklaşık bir sonuçtur.

Aynı kutuyu farklı birimlerle ölçtüğümüzde farklı sayılar buluruz. Kutunun hacmi değişmez, değişen yalnızca birimdir. Birim büyüdükçe kutuyu doldurmak için gereken nesne sayısı azalır.

Aynı prizma, iki farklı birim

1 büyük küp, 8 küçük küp hacmindedir.



16 küçük küp = **2 büyük küp**

Örnek 3: Bir blok kaç şeker küpü?

Soru: Bir kutu 48 şeker küpüyle ya da 6 eş tahta blokla tam olarak doluyor. Bir tahta blok kaç şeker küpü hacmindedir?

Çözüm: Anlayalım: Kutu aynı; iki farklı birimle ölçülmüş. **Planlayalım:** 6 blok ile 48 şeker küpü aynı yeri kaplıyor; 48'i 6 eş parçaya ayıracağız. **Çözelim:** 48 ÷ 6 = 8. **Bir tahta blok 8 şeker küpü hacmindedir. Kontrol edelim:** 6 × 8 = 48 şeker küpü. Sonuç doğru.

Etkinlik 2

Sınıf kutularını ölçüyoruz

Malzemeler: Dikdörtgenler prizması biçiminde üç kutu (ayakkabı kutusu, çay kutusu, kalem kutusu gibi), sayı küpleri, şeker küpleri ya da kibrit kutuları.



1. Kutuları inceleyiniz. Hangisinin hacminin en büyük olduğunu tahmin ediniz.
2. Kutuları ölçmek için bir birim seçiniz. Seçiminizin nedenini yazınız.

3 Her kutu için önce kaç birim sığacağını tahmin ediniz, sonra kutuyu doldurarak sayınız.

Kutu	Seçilen birim	Tahmin	Sayım	Fark
1. kutu				
2. kutu				
3. kutu				

1 Kutuları hacimlerine göre sıralayınız. İlk tahmininiz doğru çıktı mı?

2 Bir kutuyu başka bir birimle yeniden ölçünüz. Sayı neden değişti? Açıklayınız.

★ PUANLAMA ANAHTARI

Ölçüt	Tam (3)	Kısmen (2)	Henüz değil (1)
Birim seçimi	Eş ve boşluk bırakmayan birim seçilmiş, nedeni açık	Birim uygun ama neden eksik	Birim uygun değil
Ölçme	Kutular boşluk kalmadan doldurulmuş, sayım doğru	Sayımda küçük hata var	Ölçme yapılmamış
Tablo ve sıralama	Tablo eksiksiz, sıralama doğru	Tablo eksik ya da sıralamada hata	Tablo yok
Açıklama	Birim değişince sayının neden değiştiği doğru açıklanmış	Açıklama eksik	Açıklama yok

✓ Ne öğrendik?

1 Eş nesne ne demektir? Bir kutunun hacmini ölçerken neden eş nesneler kullanmalıyız?

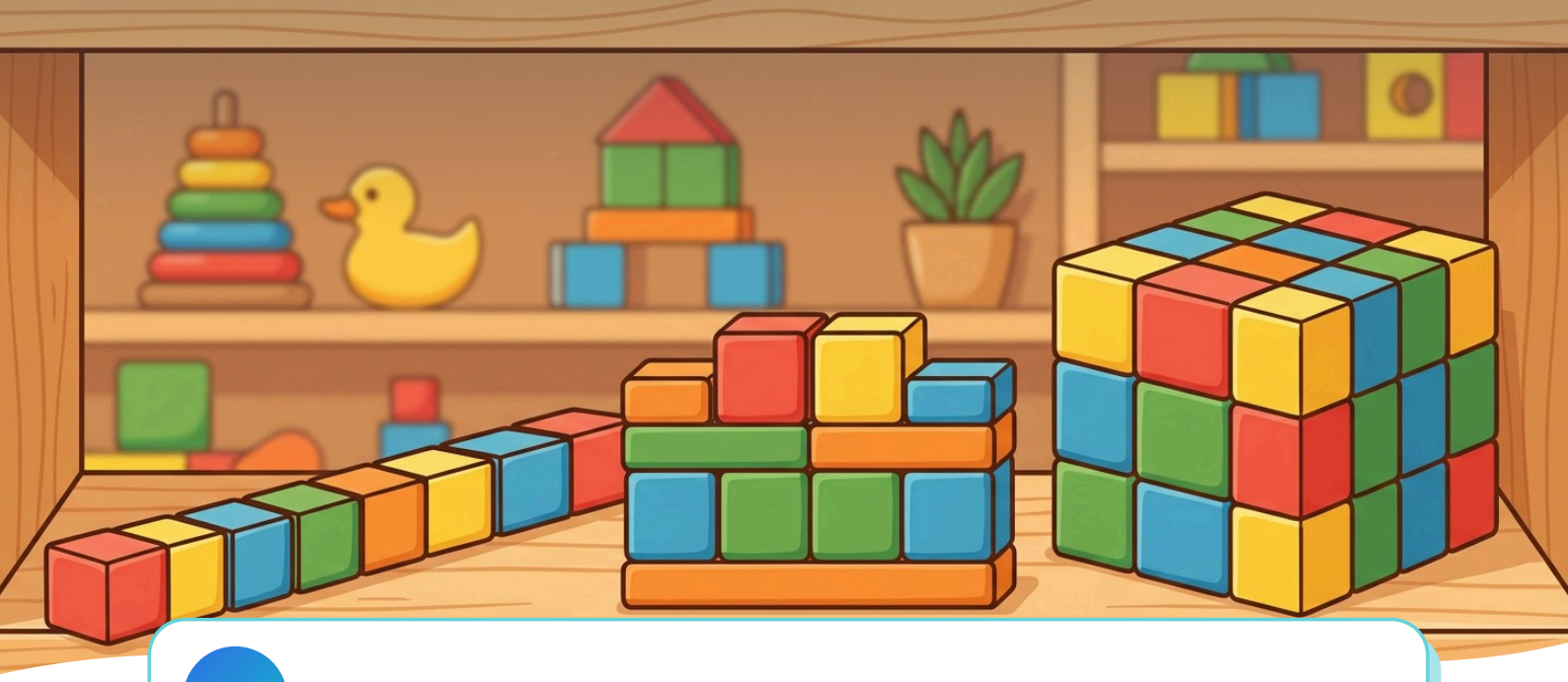
2 Bir kutuyu pinpon toplarıyla doldurduğumuzda bulduğumuz sayı neden yaklaşık bir sonuçtur?

3 Bir kutu 72 şeker küpüyle ya da 9 kibrit kutusuyla tam olarak doluyor. Bir kibrit kutusu kaç şeker küpü hacmindedir?

4 Bir kutu küçük küplerle doldurulunca 64, büyük küplerle doldurulunca 8 küp gerekiyor. Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) Küçük küplerle ölçülünce kutunun hacmi büyür.
B) Bir büyük küp 8 küçük küp hacmindedir.
C) Bir büyük küp 56 küçük küp hacmindedir.
D) Kutunun hacmi kullanılan birime göre değişir.

Notlarım



3 Kare Prizma ve Küp: Eş Küplerle Yapılar

Eş küpleri yan yana ve üst üste dizerek dikdörtgenler prizması biçiminde yapılar oluşturabiliriz. Bu yapıların hacmi, kullandığımız küp sayısıdır. Dikdörtgenler prizmasının iki özel durumunu hatırlayalım:

- **Kare prizma:** Karşılıklı iki yüzü kare, diğer dört yüzü eş dikdörtgen olan dikdörtgenler prizmasıdır.
- **Küp:** Altı yüzü de eş kare olan dikdörtgenler prizmasıdır. Bütün ayrıtları eşittir.

Tanım Kat

Eş küplerle yapılan bir yapıda aynı yükseklikteki küplerin oluşturduğu yatay tabakaya kat denir. Her katta aynı sayıda küp varsa yapıdaki küp sayısı, bir katın küp sayısı kat sayısı kadar toplanarak bulunur.

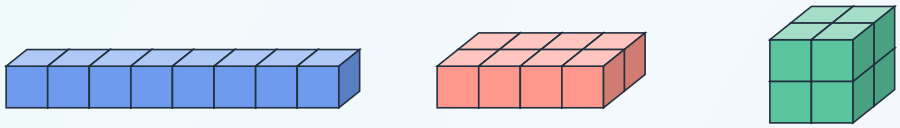
Örnek 4: 8 küple prizmalar

Soru: 8 eş küpün hepsini kullanarak kaç farklı dikdörtgenler prizması yapılabilir? Her birinin türünü belirtiniz.

Çözüm: Küpleri düzenli biçimde deneyelim. 8 küpü tek sıra hâlinde dizersek uzun bir yapı elde ederiz; iki ucu kare olduğu için bu bir **kare prizmadır**. Dörderli iki sıra yan yana dizersek tek katlı bir **dikdörtgenler prizması** oluşur. Her katında ikişerli iki sıra bulunan 2 katlı yapı ise bir **küptür**. Bir yapıyı döndürdüğümüzde yeni bir yapı elde etmeyiz. **3 farklı prizma yapılabilir.** Üçünün de hacmi 8 küptür.

8 eş küpten üç farklı prizma

Üçünün de hacmi 8 küptür.



Kare prizma | **Dikdörtgenler prizması** | **Küp**

Örnek 4, biçimleri farklı olan prizmaların hacimlerinin eşit olabileceğini bir kez daha gösteriyor. Bir prizmanın hacmine karar verirken görünüşüne değil, onu oluşturan eş nesnelerin sayısına bakarız.

Bağlantı: Gemiler kaç konteyner taşır?

Yük gemilerinin ne kadar yük taşıyabildiği çoğu zaman kaç konteyner aldığıyla ifade edilir. Bunun için uzunluğu yaklaşık 6 metre olan standart bir konteyner birim olarak kullanılır. Konteynerler eş olduğu için gemide yan yana ve üst üste boşluk bırakmadan dizilir. Bugün dünyanın en büyük yük gemileri bu standart konteynerlerden 20 000'den fazlasını taşıyabilmektedir. Bir gemiyi eş konteynerlerle "ölçmek", bir kutuyu eş küplerle ölçmeye benzer.



Tuzağa düşme!

Yanılgı avı: Hacim ve eş nesneler

- ✗ "Uzun kutunun hacmi daha büyüktür." → ✓ Hacim bütün boyutlara bağlıdır. A ve B kutuları gibi biçimleri farklı kutuların hacimleri **eşit olabilir**.
- ✗ "60 şeker küpü, 40 sayı küpünden büyüktür." → ✓ Farklı birimlerle bulunan sayılar **karşılaştırılamaz**.
- ✗ "Küçük küplerle ölçünce kutunun hacmi büyür." → ✓ Kutunun hacmi **değişmez**; birim küçüldüğü için sayı büyür.
- ✗ "Kare prizma ile küp aynı şeydir." → ✓ Her küp bir kare prizmadır ama **her kare prizma küp değildir**. Kare prizmanın dört yan yüzü kare olmak zorunda değildir.

✓ Ne öğrendik?

1 Kare prizma ile küp arasındaki farkı açıklayınız.

2 12 eş küpün hepsiyle yapılabilecek iki farklı dikdörtgenler prizmasını kat ve sıra sayılarıyla tarif ediniz.

3 Her katında 3 sıra ve her sırasında 3 küp bulunan 3 katlı bir yapı hangi prizmadır? Bu yapı kaç küpten oluşur?

4 8 eş küple yapılan küp biçimindeki yapının bir ayrıtında kaç küp vardır?

A) 1 B) 2
C) 4 D) 8

Notlarım

Konu Testi

✓ Ne öğrendik?

Aşağıdaki soruları dikkatle okuyunuz. Her sorunun doğru seçeneğini işaretleyiniz.

1 Bir kargo şirketi, aynı büyüklükteki sabun kalıplarını üç ayrı koliye eksiksiz yerleştirdi. Birinci koliye 45, ikinci koliye 52, üçüncü koliye 38 kalıp sığdı. Kolilerin hacimlerine göre büyükten küçüğe sıralanışı hangisidir?

A) Birinci, ikinci, üçüncü
B) İkinci, birinci, üçüncü
C) Üçüncü, birinci, ikinci
D) İkinci, üçüncü, birinci

2 Ali kutusunu şeker küpleriyle doldurup 50, Elif kutusunu kibrit kutularıyla doldurup 20 saydı. Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) Ali'nin kutusunun hacmi daha büyüktür.
B) Elif'in kutusunun hacmi daha büyüktür.
C) Birimler farklı olduğu için bu sayılarla karşılaştırma yapılamaz.
D) İki kutunun hacmi eşittir.

3 Küçük bir çay kutusunun hacmini ölçmek için aşağıdakilerden hangisi en uygun birimdir?

A) Şeker küpü
B) Pinpon topu
C) Misket
D) Farklı büyüklükte taşlar

4 Bir maket yarışmasında aynı büyüklükteki küplerle iki yapı kuruluyor. Birinci yapı 5 katlıdır ve her katı 4 küpten oluşur. İkinci yapı 2 katlıdır ve her katı 10 küpten oluşur. Bu yapılarla ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) Birinci yapının hacmi daha büyüktür.
B) İkinci yapının hacmi daha büyüktür.
C) Kat sayıları farklı olduğu için karşılaştırılamaz.
D) Hacimleri eşittir.

5 Bir kırtasiyecinin çekmecesine 8 eş boya kutusu boşluk kalmadan yerleşiyor. Boya kutuları çıkarılıp yerine eş silgi paketleri dizilince aynı çekmece 56 silgi paketiyle doluyor. Bir boya kutusunun hacmi kaç silgi paketinin hacmine eşittir?

A) 6
B) 7
C) 48
D) 64

6 Bir oyuncakçı, eş tahta küplerle bütün yüzleri eş kare olan bir yapı kuruyor. Yapının en alt katında 16 küp vardır. Yapı kaç katlıdır ve kaç küpten oluşur?

A) 1 katlı, 16 küp
B) 2 katlı, 32 küp
C) 4 katlı, 64 küp
D) 16 katlı, 256 küp

KENDİME NOT

Bu konuda	Evet	Kısmen	Henüz değil
Hacmin ne demek olduğunu açıklayabiliyorum.			
Bir kutuyu eş nesnelerle doldurarak hacmini ölçebiliyorum.			
Hacim ölçmek için uygun bir birim seçip nedenini söyleyebiliyorum.			
Aynı birimle ölçülen kutuların hacimlerini karşılaştırabiliyorum.			
Eş küplerle kare prizma ve küp oluşturabiliyorum.			

Notlarım

Cevap Anahtarı

Ön Değerlendirme

1. **Y.** Hacim kutunun bütün boyutlarına bağlıdır; uzun ama dar bir kutu, kısa ama geniş bir kutudan daha az şey alabilir.
2. **D.** Küp, altı yüzü de eş kare olan, yani bütün ayrıtları eşit olan bir dikdörtgenler prizmasıdır.
3. **D.** Nesneler büyüdükçe kutuya sığan nesne sayısı azalır; küçüldükçe artar.
4. **Y.** Toplar birbirine yalnızca birkaç noktada değer; aralarında boşluk kalır.
5. **Y.** Kutuların hacimleri karşılaştırılırken hepsi aynı büyüklükteki eş nesnelerle ölçülmelidir.

1. Hangi Kutu Daha Çok Alır?

1. Bir cismin uzayda kapladığı yerin büyüklüğüdür; bir kutunun ne kadar şey alabileceğini gösterir.
2. Kutunun hacmi yalnızca boyuna değil, eni ve derinliğine de bağlıdır. Uzun bir kutu dar olduğu için daha az şey alabilir.
3. 9 + 9 + 9 + 9 + 9 = 45 sayı küpü.
4. **B.** 32 en büyük sayıdır ve üç kutu aynı birimle ölçülmüştür.

2. Eş Nesnelerle Doldurma

1. Biçim ve büyüklük bakımından aynı olan nesnelerdir. Farklı büyüklükteki nesnelerle yapılan sayım kutunun hacmini göstermez.
2. Toplar arasında boşluk kalır; bu boşluklar sayılmaz.
3. 72 ÷ 9 = 8 şeker küpü.
4. **B.** 64 ÷ 8 = 8. Kutunun hacmi değişmez, yalnızca sayı değişir.

3. Kare Prizma ve Küp: Eş Küplerle Yapılar

1. Küpün bütün yüzleri eş karedir, bütün ayrıtları eşittir. Kare prizmanın karşılıklı iki yüzü kare, diğer dört yüzü dikdörtgendir.
2. Örnek: tek katta 12 küplük tek sıra; tek katta altışarlı iki sıra; 2 katlı, her katında üçerli iki sıra.
3. Küp. Bir katta 3 + 3 + 3 = 9 küp, 3 katta 9 + 9 + 9 = 27 küp.
4. **B.** 2 katlı, her katında ikişerli iki sıra.

Konu Testi

1. **B.** Kalıplar eş olduğu için sayılar doğrudan karşılaştırılır: 52 > 45 > 38. Sıralama ikinci, birinci, üçüncü kolidir.
2. **C.** Şeker küpü ile kibrit kutusu aynı büyüklükte değildir.
3. **A.** Şeker küpleri eştir ve boşluk bırakmadan dizilir.
4. **D.** 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20 ve 10 + 10 = 20 küp. Kat sayıları farklı olsa da iki yapı aynı küplerle kurulduğundan hacimleri eşittir.
5. **B.** Çekmece değişmediği için 8 boya kutusu ile 56 silgi paketi aynı yeri kaplar: 56 ÷ 8 = 7. Kontrol: 8 × 7 = 56. 48 ve 64, 56 ile 8'in farkı ve toplamıdır.
6. **C.** Bütün yüzleri eş kare olan yapı bir küptür; bütün ayrıtları eşittir. Alt yüz de kare olduğu için en alt kattaki 16 küp dörderli dört sıra oluşturur. Yükseklik de 4 küp olacağından yapı 4 katlıdır: 16 + 16 + 16 + 16 = 64 küp.

Notlarım