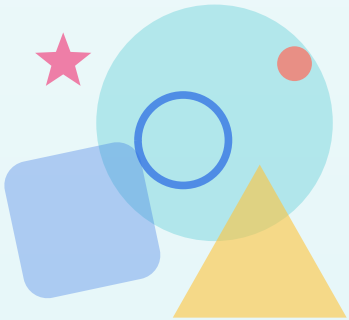
Talim Noktası.

7. Sınıf

Matematik

Eş küplerle yapılar, farklı yönlerden görünümler ve görünümlerden yapı kurma

2. Tema: Geometrik Nicelikler (1) · Konu 01 · Konu Anlatımı





2. TEMA

Eş küplerle yapılar, farklı yönlerden görünümler ve

pı

Bu temada neler var?

1 Bakış Yönü Değişince 4
2 Yapıların Görünümlerini Çizelim 7
3 Görünümler Arasındaki İlişkiler 11
★ Konu Testi 16
★ Cevap Anahtarı 18

Bir fotoğrafçı aynı binayı önünden, yanından ve tepesinden çektiğinde üç fotoğraf birbirine hiç benzemeyebilir. Bir cisme tek bir yerden bakarak onun bütün biçimini anlayamayız. Bu konuda eş küplerle yapılar kuracak, bu yapılara altı farklı yönden bakınca görülen şekilleri çizecek ve görünümleri verilen yapıları yeniden kuracaksınız.

Bu konuda

- Eş küplerle kurulan yapıların önden, arkadan, sağdan, soldan, üstten ve alttan görünümlerini kareli kâğıda çizeceksiniz.
- Bir yapıdaki küp sayısını kat kat sayarak bulacaksınız.
- Görünümleri verilen bir yapıyı eş küplerle kuracak, karşılıklı görünümler arasındaki simetri ilişkisini açıklayacaksınız.

Anahtar kavramlar

eş küp · yapı · görünüm · önden görünüm · üstten görünüm · simetri doğrusu

Etkinlik 1

Ön değerlendirme: Hatırlayalım

1. Bir küpün kaç yüzü, kaç ayrıtı ve kaç köşesi vardır?
2. Küpün yüzleri hangi düzlemsel şekle sahiptir?
3. Silindir biçimindeki kalemliğinize önden ve tepeden baktığınızda hangi şekilleri görürsünüz?
4. Bir şeklin simetri doğrusu ne demektir? Kare biçimindeki bir kâğıdı simetri doğrusundan katladığınızda ne olur?

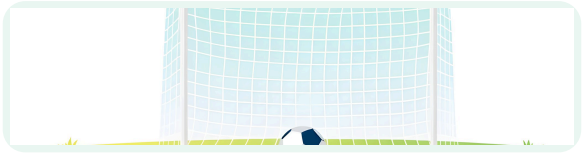
Notlarım



1 Bakış Yönü Değişince

Aynı cisme farklı yönlerden bakınca farklı şekiller görürüz. Bir futbol kalesine sahanın ortasından bakınca iki direk, üst direk ve yerdeki kale çizgisi bir dikdörtgen çizer. Kale çizgisinin uzantısında durup tam yandan bakınca ise iki direk üst üste biner ve tek bir direk gibi görünür. Bu yüzden bir cismi yalnız bir yönden görüp onun hakkında karar vermek bizi yanıltabilir.

FUTBOL KALESİ



Önden: direklerin çizdiği bir dikdörtgen. Tam yandan: tek bir direk.

KALEMLİK



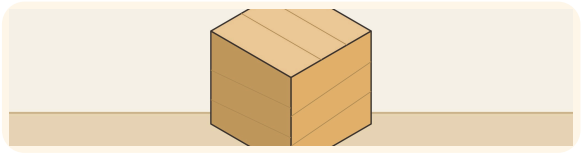
Önden: dikdörtgen. Üstten: daire.

TRAFİK KONİSİ



Önden: üçgene benzer bir şekil. Üstten: gövdesi, ortasında tepe noktası olan bir daire gibi görünür.

TAHTA KÜP



Altı yönden de birbirine eş kareler görülür.

Tanım **Eş küp ve yapı**

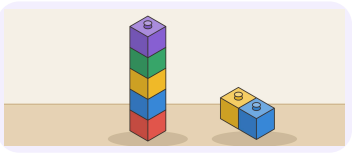
Ayrıt uzunlukları birbirine eşit olan küplere **eş küp** denir. Eş küpler, birer yüzleri tam üst üste gelecek biçimde yan yana ve üst üste konarak bir **yapı** oluşturur.

ŞEKER KÜPLERİ



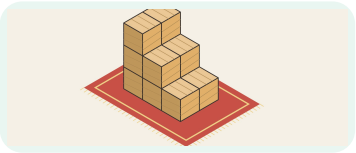
Birbirinin aynısı küçük küplerdir.

TAKILABİLEN KÜPLER



Matematik derslerinde yapı kurmak için kullanılır.

TAHTA BLOKLAR



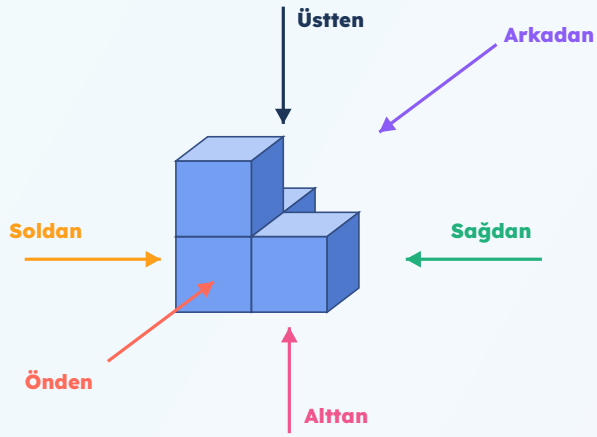
Yan yana ve üst üste dizilerek yapı kurulur.

Tanım **Görünüm**

Bir yapıya belirli bir yönden ve tam karşıdan bakıldığında görülen iki boyutlu şekle o yöndeki **görünüm** denir. Eş küplerle kurulan bir yapının görünümü karelerden oluşur. Bir yapıya altı yönden bakılabilir: önden, arkadan, sağdan, soldan, üstten ve alttan.

Altı bakış yönü

Her ok, o yönden bakan gözün yapıyı hangi taraftan gördüğünü gösterir.



Tuzağa düşme!

Görünümde derinlik yoktur

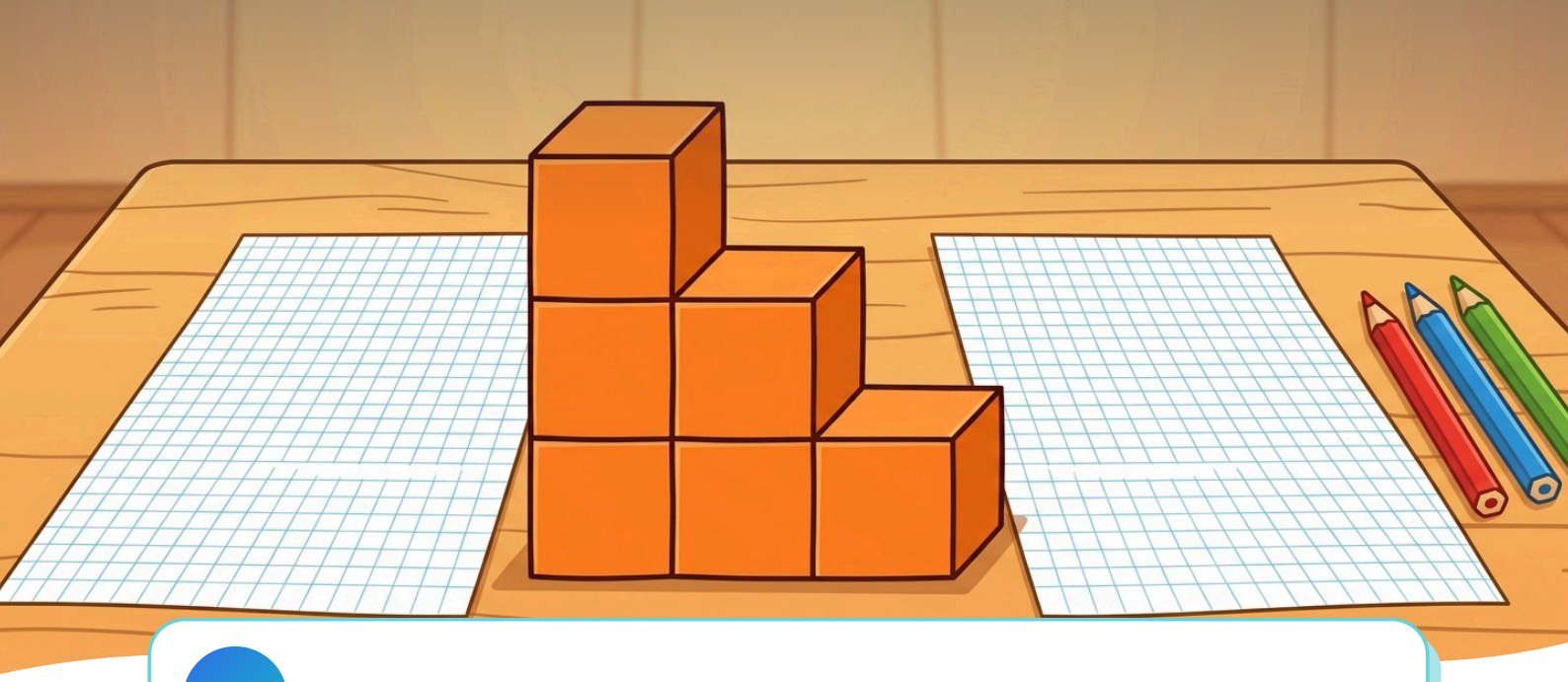
Görünüm çizilirken yapıya tam karşıdan bakılır. Aynı hizada arka arkaya dizilmiş küpler görünümde **tek bir kare** olarak görülür. Bu yüzden bir görünümdeki kare sayısı, yapıdaki küp sayısından az olabilir.

Ne öğrendik?

1. Bir silindire önden ve üstten bakıldığında hangi şekiller görülür?

2. "Bir görünümdeki kare sayısı her zaman yapıdaki küp sayısına eşittir." ifadesi doğru mudur? Açıklayınız.

Notlarım



2 Yapıların Görünümlerini Çizelim

Bir görünümü çizmek için yapıya seçtiğimiz yönden bakar, her sütunda gördüğümüz en yüksek küpü buluruz. Sonra bu yüksekliği kareli kâğıda aktarırız.

Tanım Kat

Bir yapıda yerden aynı yükseklikte bulunan küplerin oluşturduğu tabakaya kat denir. Yere oturan küplerin oluşturduğu kat zemin kattır ve yapının birinci katı sayılır; onun üzerindeki katlar ikinci kat, üçüncü kat diye devam eder. Yapıdaki küp sayısı, bütün katlardaki küplerin toplamıdır.

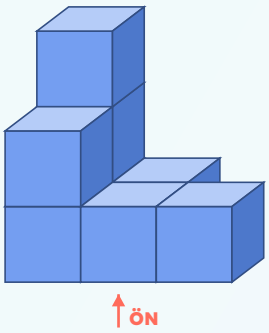
Görünüm çizmenin adımları

1. Yapının önünü belirleyiniz ve bakış yönünü seçiniz.
2. O yönden bakınca soldan sağa kaç sütun gördüğünüzü sayınız.
3. Her sütunda, o hizadaki en yüksek küpün kaçıncı katta olduğunu bulunuz.
4. Kareli kâğıtta her sütuna bu sayı kadar kareyi alttan başlayarak boyayınız.

Notlarım

A yapısı ve altı görünümü

Her sütundaki iki görünüm birbirinin karşısındaki yönlerden çizilmiştir.



A yapısı



A yapısına önden bakalım. Soldaki sütunda, öndeki 2 katlı kulenin arkasında 3 katlı bir kule vardır. Önden bakınca yalnız yüksek olan kuleyi görürüz; bu sütuna 3 kare çizilir. Ortadaki ve sağdaki sütunlarda birer kare görülür. Böylece önden görünüm 3 + 1 + 1 = 5 kareden oluşur.

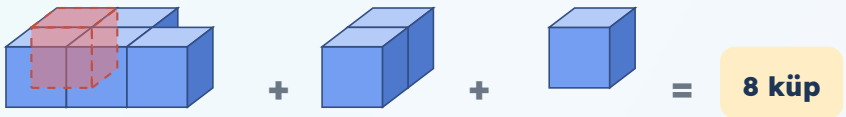
Yapıya sağdan bakarken yapının önü sol tarafımızda kalır; soldan bakarken ise sağ tarafımızda. Üstten görünümde yapının önü kâğıdın alt kenarına gelir. Üstten görünüm, yapının yere oturduğu alanı gösterir: A yapısında önde 3, arkada 2 kare vardır.

Küpleri kat kat sayalım

Bir yapının çiziminde bazı küpler başka küplerin arkasında kalır. Küp sayısını bulurken yapıyı kat kat düşünürüz. Havada duran küp olmadığı için üst katlardaki her küpün altında da bir küp bulunmalıdır.

A yapısı kat kat

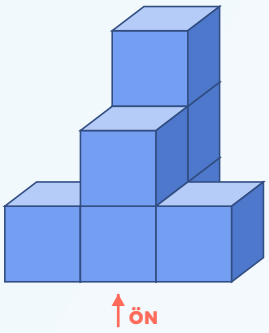
Kesik çizgili mercan küp, A yapısının çiziminde görünmez ama üstündeki küpleri taşıdığı için orada olmalıdır.



Zemin kat: 5 küp **2. kat: 2 küp** **3. kat: 1 küp**

A yapısında zemin katta 5, ikinci katta 2, üçüncü katta 1 küp vardır. Yapı 5 + 2 + 1 = 8 eş küpten oluşur. Arka soldaki 3 katlı kulenin en alttaki küpü; önündeki, üstündeki ve sağındaki küplerin arkasında kaldığı için çizimde hiç görünmez.

B yapısı



B yapısı

Çözümlü örnek 1: Görünümleri çizelim

Soru: Yukarıdaki B yapısı kaç eş küpten oluşmuştur? Yapının önden, sağdan ve üstten görünümlerini çiziniz.

Anlayalım. B yapısında önde üç sütun, arkada ortada bir kule vardır. Bazı küpler arkada kaldığı için küpleri kat kat saymalıyız.

Planlayalım. Önce katları sayalım. Sonra her yön için sütunlardaki en yüksek küpü bulalım.

Çözelim. Zemin katta 4, ikinci katta 2, üçüncü katta 1 küp vardır: 4 + 2 + 1 = 7 eş küp. Önden bakınca soldan sağa sütunlar 1, 3 ve 1 kare yüksekliğindedir. Sağdan bakınca ön sıra solumuzda kalır; sütunlar 2 ve 3 kare yüksekliğindedir. Üstten bakınca önde 3, arkada ortada 1 kare görülür.

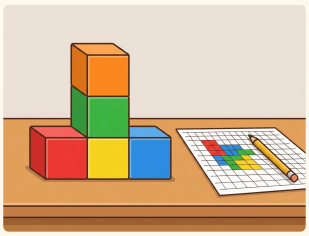
Kontrol edelim. Önden görünüm 5, sağdan görünüm 5, üstten görünüm 4 karedir. Hiçbir görünümde 7 kare yoktur; çünkü arka arkaya dizilen küpler görünümde tek kare olarak görülür.

B yapısının görünümleri



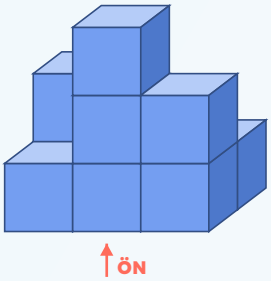
Etkinlik 2

Küp atölyesi: Kur, bak, çiz



1. Arkadaşınızla birlikte 6 ile 10 arasında eş küp kullanarak bir yapı kurunuz. Yapının önüne bir kâğıt koyarak önünü belirleyiniz.
2. Yapınıza altı yönden bakınız. Her yönde kaç kare gördüğünüzü bir tabloya yazınız.
3. Altı görünümü kareli kâğıda çiziniz.
4. Yapıyı bozmadan arkadaşınızın çizimlerini kontrol ediniz. Farklı çizdiğiniz görünüm varsa nedenini tartışınız.

E yapısı

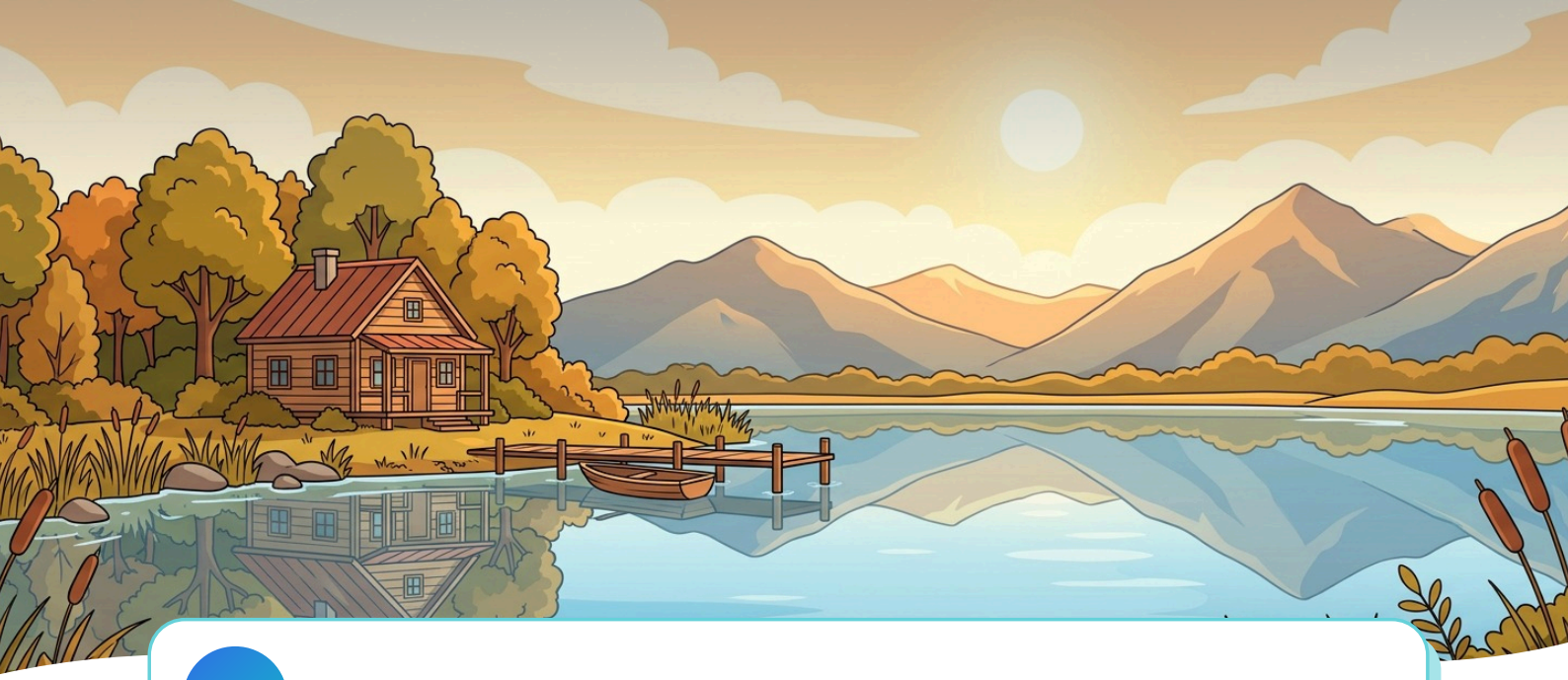


E yapısı

Ne öğrendik?

1. E yapısı kaç eş küpten oluşmuştur? Kat kat sayarak bulunuz.

2. E yapısının önden ve sağdan görünümlerini kareli kâğıda çiziniz. Her görünümde kaç kare vardır?



3 Görünümler Arasındaki İlişkiler

A yapısının görünümlerine yeniden bakalım. Önden görünümde 3 katlı sütun soldadır, arkadan görünümde ise sağdadır. Yapının arkasına geçen biri, önden bakanın solunda gördüğü kuleyi kendi sağında görür. Bu yüzden arkadan görünüm, önden görünümün ayna görüntüsüdür.

Tanım Karşılıklı görünümler

Bir yapıya birbirinin tam karşısındaki iki yönden bakınca elde edilen görünümlere karşılıklı görünümler denir. Önden ile arkadan, sağdan ile soldan, üstten ile alttan görünümler birer karşılıklı görünüm çiftidir.

Karşılıklı görünümler

- Önden ve arkadan görünümler, aralarındaki dikey bir doğruya göre birbirinin simetriğidir.
- Sağdan ve soldan görünümler de aralarındaki dikey bir doğruya göre birbirinin simetriğidir.
- Üstten ve alttan görünümler, aralarındaki yatay bir doğruya göre birbirinin simetriğidir.

Karşılıklı iki görünümden birini bilen, ötekini simetri doğrusuna göre katlayarak çizebilir.

Notlarım

Karşılıklı görünümler

Kesikli çizgiler simetri doğrularıdır.



Dikey doğruya göre simetrik

Dikey doğruya göre simetrik

Yatay doğruya göre simetrik

Çözümlü örnek 2: Karşılıklı görünüm

Soru: Bir yapının sağdan görünümünde soldan sağa sütunlar 1, 3 ve 2 kare yüksekliğindedir. Bu yapının soldan görünümü nasıldır? Kaç kareden oluşur?

Anlayalım. Sağdan ve soldan görünümler dikey bir doğruya göre simetriktir.

Planlayalım. Sütunların sırasını tersine çevirelim.

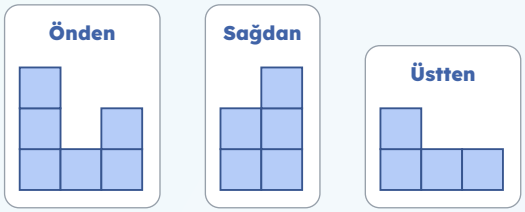
Çözelim. Soldan görünümde sütunlar soldan sağa 2, 3 ve 1 kare yüksekliğindedir. Kare sayısı değişmez: 2 + 3 + 1 = 6 kare.

Kontrol edelim. Soldan bakan kişi, sağdan bakanın solunda gördüğü sütunu kendi sağında görür. Bu yüzden 1 karelik sütun en sağa geçti.

Görünümlerden yapıya

Görünümleri verilen bir yapıyı kurarken üstten görünümle başlarız; çünkü üstten görünüm yapının yere oturan kısmını gösterir. Sonra her kareye kaç küp konacağını önden ve sağdan görünümlere bakarak buluruz. Üstten görünümün her karesine o karenin üzerindeki küp sayısını yazarak hazırladığımız çizime **kat planı** diyelim.

C yapısının görünümleri



Çözümlü örnek 3: Görünümlerden yapıya

Soru: Önden, sağdan ve üstten görünümleri yukarıda verilen C yapısı en az kaç, en çok kaç eş küpten oluşabilir?

Anlayalım. Üstten görünümde 4 kare vardır: önde 3, arkada solda 1. Yapı bu 4 karenin üzerine kurulur.

Planlayalım. Önden görünümde sütunlar soldan sağa 3, 1 ve 2; sağdan görünümde 2 ve 3 kare yüksekliğindedir. Bir kareye yazacağımız sayı, o kareyi gören iki görünümdeki sütun yüksekliğinden büyük olamaz.

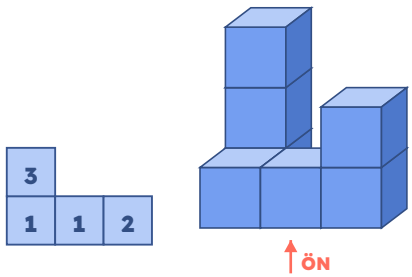
Çözelim. Arka sıradaki tek kare, sağdan görünümdeki 3 karelik sütunu oluşturur: buraya 3 yazılır. Ön sırada ortadaki kareye 1, sağdaki kareye 2 yazılır; çünkü önden görünümde bu sütunlar 1 ve 2 kare yüksekliğindedir. Ön soldaki karenin sütununda önden görünen 3 kareyi arkadaki kule zaten sağlar. Sağdan görünümde ön sıra 2 kare yüksekliğinde olduğundan ön soldaki kareye 1 ya da 2 yazılabilir. En az: 1 + 1 + 2 + 3 = 7 küp. En çok: 2 + 1 + 2 + 3 = 8 küp.

Kontrol edelim. İki yapının da önden, sağdan ve üstten görünümleri verilenlerle aynıdır. Görünümler aynı olsa da küp sayısı farklı olabilir.

İki çözüm: kat planı ve yapı

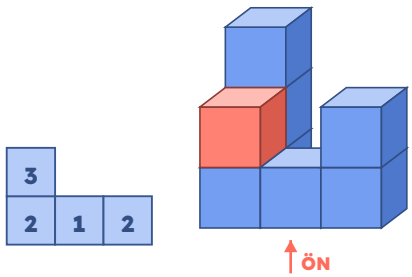
Mercan renkli küp, görünümleri bozmadan eklenebilen küptür.

En az: 1 + 1 + 2 + 3 = 7 küp



Kat planı

En çok: 2 + 1 + 2 + 3 = 8 küp



Kat planı

Tuzağa düşme!

Aynı görünümler, farklı yapılar

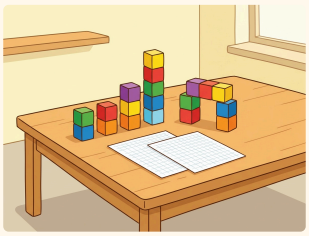
Görünümleri verilen bir yapının küp sayısı her zaman tek türlü belirlenmez. Bu tür sorularda en az ya da en çok kaç küp kullanılabileceği sorulur. Kat planındaki her sayı, o kareyi gören görünümlerdeki sütun yüksekliğinden büyük olamaz.

Notlarım

Etkinlik 3

Görev kartı: Küplerden kent meydanı

Ürün: Eş küplerden bir bina maketi, görünüm çizimleri ve kat planı.
Süre: 1 hafta. **Çalışma:** 3-4 kişilik grup.



1. Grubunuzla bir kent meydanında bulunmasını istediğiniz bir bina seçiniz: kütüphane, saat kulesi ya da spor salonu gibi.
2. Binayı 12 ile 20 arasında eş küp kullanarak kurunuz ve yapının önünü belirleyiniz.
3. Yapının altı görünümünü kareli kâğıda çiziniz, kat planını hazırlayınız.
4. Karşılıklı görünümlerin simetrik olduğunu çizimlerinizde simetri doğrusuyla gösteriniz.
5. Yalnız görünümleri ve kat planını başka bir gruba veriniz; onlar binanızı yeniden kursun. Kurulan yapıyı kendi yapınızla karşılaştırınız.

★ PUANLAMA ANAHTARI

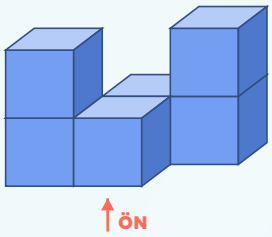
Ölçüt	Tam (3)	Kısmen (2)	Henüz değil (1)
Yapı	12-20 küple, önü belirlenmiş bir yapı kurulmuş.	Yapı kurulmuş, önü belirlenmemiş.	Yapı tamamlanmamış.
Görünümler	Altı görünüm de doğru çizilmiş.	Bir-iki görünümde hata var.	Görünümler eksik ya da yanlış.
Kat planı	Her karedeki küp sayısı doğru.	Bir-iki karede hata var.	Kat planı yok.
Simetri ve sunum	Simetri gösterilmiş, başka grup yapıyı kurabilmiş.	Simetri gösterilmiş, yapı tam kurulamamış.	Simetri gösterilmemiş.

Tuzağa düşme!

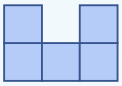
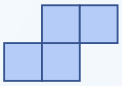
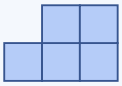
Yanılgı avı

- ✗ “Görünümdeki kare sayısı yapıdaki küp sayısına eşittir.” → ✓ Arka arkaya dizilen küpler görünümde tek kare olarak görülür; küp sayısı daha fazla olabilir.
- ✗ “Sağdan görünüm, önden görünümün aynısıdır.” → ✓ Sağdan bakınca başka sütunlar görülür. Önden görünümün simetriği arkadan görünümdür.
- ✗ “Çizimde göremediğim küp yoktur.” → ✓ Üstte görünen her küpün altında küp vardır; arkada kalan küpler kat kat sayılarak bulunur.
- ✗ “Görünümleri verilen yapı tek türlü kurulur.” → ✓ Aynı görünümleri veren, küp sayısı farklı yapılar olabilir; en az ve en çok küp sayısı ayrı ayrı bulunur.

D yapısı ve seçenekler



D yapısı

A) 
B) 
C) 
D) 

Ne öğrendik?

1. D yapısının üstten görünümü yukarıdaki seçeneklerden hangisidir?

2. D yapısı kaç eş küpten oluşur? Önden görünümünde kaç kare vardır?

3. Bir yapının önden görünümünde soldan sağa sütunlar 3, 1 ve 1 kare yüksekliğindedir. Bu yapının arkadan görünümünü kareli kâğıda çiziniz.

4. Üstten görünümü 2 × 2'lik bir kare olan bir yapının önden görünümünde iki sütun vardır ve iki sütun da 2 kare yüksekliğindedir. Bu yapı en az kaç, en çok kaç eş küpten oluşur?

5. Doğru ise D, yanlış ise Y yazınız.
   a) Üstten ve alttan görünümler yatay bir doğruya göre simetriktir.
   b) Önden görünümü 4 kare olan bir yapıda en çok 4 küp vardır.

Konu Testi

✓ Ne öğrendik?

Aşağıdaki soruları dikkatle okuyunuz. Her sorunun doğru seçeneğini işaretleyiniz.

1 Arda eş küplerle kurulmuş bir yapıyı kat kat sayıyor. Zemin katta 6, ikinci katta 3, üçüncü katta 1 küp buluyor. Bu yapı kaç eş küpten oluşur?

A) 6
B) 8
C) 9
D) 10

2 Eş küplerle kurulmuş bir yapının üçüncü katında 2 küp bulunmaktadır. Bu yapı için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

A) Bu iki küpün altında ikinci katta da birer küp vardır.
B) Yapının zemin katında en çok 2 küp vardır.
C) Üst kattaki küpler havada durabilir.
D) Yapının önden görünümü 2 kareden oluşur.

3 Ece, bir yapıya tam karşıdan bakıp gördüğü şekli kareli kâğıda çiziyor. Ece'nin çizdiği şekille ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) Küplerin derinliğini gösteren üç boyutlu bir çizimdir.
B) Karelerden oluşan iki boyutlu bir şekildir.
C) Yapıdaki bütün küpleri tek tek gösterir.
D) Hangi yönden bakılırsa bakılsın aynı olur.

4 Bir yapının önden görünümünde 3 katlı sütun en soldadır. Bu sütun, yapının arkadan görünümünde nerede görülür?

A) En solda
B) En sağda
C) Tam ortada
D) Hiç görülmez

5 Bir yapının soldan görünümü bilinmektedir. Bu yapının sağdan görünümünü çizmek için aşağıdakilerden hangisi yapılmalıdır?

A) Soldan görünümün dikey bir doğruya göre simetriği çizilir.
B) Soldan görünüm hiç değiştirilmeden aynen çizilir.
C) Soldan görünümün yatay bir doğruya göre simetriği çizilir.
D) Üstten görünüm ters çevrilerek çizilir.

6 Bir yapının üstten görünümü 4 kareden oluşmaktadır. Bu karelerin her birinin üzerindeki sütunlarda sırasıyla 3, 1, 2 ve 1 küp vardır. Bu yapı kaç eş küpten oluşur?

A) 4
B) 6
C) 7
D) 9

KENDİME NOT

Bu konuda	Evet	Kısmen	Henüz değil
Bir yapının altı yönden görünümünü kareli kâğıda çizebiliyorum.			
Bir yapıdaki küp sayısını kat kat sayarak bulabiliyorum.			
Görünümleri verilen bir yapıyı eş küplerle kurabiliyorum.			
Karşılıklı görünümler arasındaki simetri ilişkisini açıklayabiliyorum.			

Notlarım

Cevap Anahtarı

Ön Değerlendirme

1. Küpün 6 yüzü, 12 ayrıtı ve 8 köşesi vardır.
2. Küpün bütün yüzleri birbirine eş karelerdir.
3. Önden bakınca bir dikdörtgen, tepeden bakınca bir daire görürüz.
4. Simetri doğrusu, bir şekli üst üste çakışan iki eş parçaya ayıran doğrudur. Kare biçimindeki kâğıdı simetri doğrusundan katladığımızda iki yarısı tam çakışır.

1. Bakış Yönü Değişince

1. Önden dikdörtgen, üstten daire görülür.
2. Doğru değildir. Arka arkaya dizilmiş küpler görünümde tek kare olarak görüldüğü için küp sayısı daha fazla olabilir.

2. Yapıların Görünümlerini Çizelim

1. Zemin katta 5, ikinci katta 3, üçüncü katta 1 küp vardır: 9 eş küp.
2. Önden: soldan sağa 2, 3 ve 2 kare yüksekliğinde sütunlar, toplam 7 kare. Sağdan: 3 ve 2 kare yüksekliğinde sütunlar, toplam 5 kare.

3. Görünümler Arasındaki İlişkiler

1. **C.** Üstten bakınca önde soldaki iki kare, arkada sağdaki iki kare görülür. A seçeneği önden görünüm, B seçeneği alttan görünümdür.
2. Zemin katta 4, ikinci katta 2 küp vardır: 6 eş küp. Önden görünüm 2 + 1 + 2 = 5 karedir.
3. Arkadan görünümde sütunlar soldan sağa 1, 1 ve 3 kare yüksekliğindedir. Bu, önden görünümün dikey doğruya göre simetriğidir.
4. En az 6 küp: önden görünen her sütunda karelerin birine 2, ötekine 1 küp. En çok 8 küp: dört karenin hepsinde 2 küp.
5. a) D. b) Y; arka arkaya dizilen küpler önden görünümde tek kare olarak görülür, bu yüzden küp sayısı 4'ten fazla olabilir.

Konu Testi

1. **D.** Kat kat sayılır: 6 + 3 + 1 = 10 eş küp.

2 **A.** Havada duran küp olmaz. Üst kattaki her küpün altında da bir küp bulunmalıdır. Bu yüzden üçüncü kattaki iki küpün altında ikinci katta da küp vardır.

3 **B.** Görünüm, bir yöne tam karşıdan bakınca görülen iki boyutlu şekildir ve eş küplerle kurulan yapılarda karelerden oluşur. Arkada kalan küpler görünümde görülmez.

4 **B.** Arkadan görünüm, önden görünümün ayna görüntüsüdür. Önden bakanın solundaki sütun, arkadan bakanın sağında görülür.

5 **A.** Sağdan ve soldan görünümler, aralarındaki dikey bir doğruya göre birbirinin simetriğidir.

6 **C.** Sütunlardaki küpler toplanır: 3 + 1 + 2 + 1 = 7 eş küp.

Notlarım