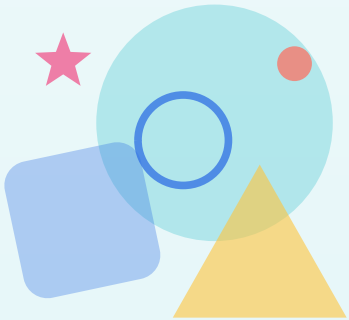
Talim Noktası.

7. Sınıf

Matematik

Prizma Problemleri

2. Tema: Geometrik Nicelikler (1) · Konu 06 · Konu Anlatımı





2. TEMA

Prizma problemleri

Geometrik Nicelikler (1) · Konu 06

Bu konuda neler var?

1 Problemi Anlayalım: Yüzey Alanı mı, Hacim mi? 4
2 Sığdırma Problemleri 7
3 Aynı Hacim, Farklı Yüzey Alanı 10
4 Strateji Geliştirelim ve Kontrol Edelim 13
★ Konu Testi 17
★ Cevap Anahtarı 19

Bir yük gemisine kaç konteyner sığar? Bir konteynere kaç koli yerleştirilir? Bir akvaryumu yapmak için ne kadar cam, doldurmak için ne kadar su gerekir? Bu soruların hepsinde dikdörtgenler prizması biçimindeki cisimlerle karşılaşırız. Önceki konularda dikdörtgenler prizmasının yüzey alanını ve hacmini hesapladınız, hacim ve sıvı ölçme birimleri arasında dönüşüm yaptınız. Bu konuda bu bilgileri günlük hayattaki problemleri çözmek için kullanacak, çözüm için strateji geliştirecek, çözümünüzü kontrol edecek ve farklı çözüm yollarını karşılaştıracaksınız.

Bu bölümde

- Bir problemde yüzey alanının mı, hacmin mi istendiğine karar vereceksiniz.
- Problemdeki şekil, uzunluk, alan ve yükseklik gibi bileşenleri belirleyip aralarındaki ilişkiyi kuracaksınız.
- Problemi şekil, tablo ya da işlemle farklı biçimlerde göstereceksiniz.
- Sonucu tahmin edip strateji geliştirecek, çözümü kontrol edecek ve gerekirse stratejinizi değiştireceksiniz.
- Kullandığınız stratejiyi benzer problemlere genelleyeceksiniz.

Anahtar kavramlar

dikdörtgenler prizması · ayrıt · yüz · taban alanı · yükseklik · yüzey alanı · hacim · litre · strateji · tahmin · kontrol etme

Etkinlik 1

Ön değerlendirme: Ne hatırlıyorsunuz?

Doğru ifadelerin yanına **D**, yanlış ifadelerin yanına **Y** yazınız. Yanlış bulduğunuz ifadeyi düzelterek yeniden yazınız.

1. Dikdörtgenler prizmasının 6 yüzü vardır.
2. Bir kutuyu kaplamak için gereken kâğıt miktarı kutunun hacmiyle bulunur.
3. Ayrıt uzunlukları 2 cm, 3 cm ve 5 cm olan dikdörtgenler prizmasının hacmi 30 cm^3'tür.
4. Hacmi 1 dm^3 olan bir kap 1 L su alır.
5. Hacmi 1 m^3 olan bir depo 100 L su alır.

Zorlandıysanız: Dikdörtgenler prizmasının karşılıklı yüzleri eş dikdörtgenlerdir ve 6 yüzü vardır. Bir kutuyu kaplamak için yüzlerin alanları toplamı, yani **yüzey alanı** gerekir. Hacim ise taban alanı ile yüksekliğin çarpımıdır: $2 \times 3 \times 5 = 30$ cm^3. Hacim ve sıvı ölçme birimleri arasında 1 dm^3 = 1 L ve 1 m^3 = 1000 L ilişkisi vardır.



1 Problemi Anlayalım: Yüzey Alanı mı, Hacim mi?

Bir prizma problemini çözmeye başlamadan önce problemde ne istendiğini anlamalıyız. Bir cismin dışını kaplamak, boyamak ya da ambalajlamak gerekiyorsa **yüzey alanını**; cismin içine bir şey doldurmak ya da sığdırmak gerekiyorsa **hacmini** buluruz. Sonra problemdeki uzunlukları, alanları ve yüksekliği belirler, gerekirse basit bir şekil çizeriz.

Tanım Yüzey alanı ve hacim

Bir cismin bütün yüzlerinin alanları toplamına yüzey alanı denir. Cismin kapladığı yerin büyüklüğüne hacim denir. Kaplamak, boyamak ve ambalajlamak yüzey alanını; doldurmak ve sığdırmak hacmi gerektirir.

Yüzey alanı mı, hacim mi?

	Yüzey alanı	Hacim
Soru ipucu	Kaplamak, boyamak, ambalajlamak: Kaç m^2 malzeme gerekir?	Doldurmak, sığdırmak: Kaç litre alır, kaç koli sığar?
Birim	cm^2, m^2	cm^3, dm^3, m^3, L, mL
Hesap	Yüzlerin alanları toplanır; açık yüz varsa çıkarılır.	Taban alanı ile yükseklik çarpılır.

Bazı problemlerde cismin bütün yüzleri kullanılmaz. Örneğin üstü açık bir kutu yapmak için 5 yüz yeterlidir; bu durumda üst yüzün alanı yüzey alanına katılmaz. Bir odanın duvarlarını boyarken de zemin boyanmaz, kapı ve pencerelerin alanı çıkarılır.

Örnek 1: Akvaryum

Soru: Üstü açık, dikdörtgenler prizması biçimindeki bir akvaryumun iç ölçüleri şöyledir: uzunluğu 60 cm, genişliği 30 cm ve yüksekliği 40 cm'dir. a) Akvaryumu yapmak için kaç santimetrekare cam gerekir? (Camın kalınlığını dikkate almayınız.) b) Akvaryuma 35 cm yüksekliğe kadar su konursa kaç litre su gerekir?

Anlayalım: a) Cam, akvaryumun yüzlerini oluşturur: yüzey alanı istenir, üst yüz açıktır. b) Su, akvaryumun içini doldurur: hacim istenir. Yükseklik olarak suyun yüksekliği alınır.

Planlayalım: a) Taban ile dört yan yüzün alanlarını toplayalım. b) Taban alanını suyun yüksekliğiyle çarpıp santimetreküpü litreye çevirelim.

Çözelim: a) Taban: $60 \times 30 = 1800$ cm². Ön ve arka yüz: $2 \times (60 \times 40) = 4800$ cm². Yan yüzler: $2 \times (30 \times 40) = 2400$ cm². Toplam $1800 + 4800 + 2400 =$ **9000 cm²** cam gerekir. b) Suyun hacmi $60 \times 30 \times 35 = 63\,000$ cm³'tür. Bir litre 1000 cm³ olduğundan **63 L** su gerekir.

Kontrol edelim: Akvaryum tamamen dolsaydı $60 \times 30 \times 40 = 72\,000$ cm³ = 72 L su alırdı. Su akvaryumun tamamını doldurmadığı için 63 L'nin 72 L'den az olması beklenen bir sonuçtur.

Özetleyelim: Hacim birimleri ile sıvı ölçme birimleri arasındaki ilişki

Hacim	Sıvı ölçüsü	Nerede kullanırız?
1 cm³	1 mL	Şurup kaşığı, meyve suyu kutusu
1 dm³ = 1000 cm³	1 L = 1000 mL	Sürahi, akvaryum
1 m³ = 1000 dm³	1000 L	Su deposu, havuz
63 000 cm³ = 63 dm³	63 L	Örnek 1'deki akvaryumun suyu

Ne öğrendik?

1. Aşağıdaki durumlarda yüzey alanının mı, hacmin mi bulunması gerektiğini yazınız: bir hediye kutusunu kaplamak, bir havuzu doldurmak, bir odanın duvarlarını boyamak, bir kutuya kaç şeker sığacağını bulmak.

2. Uzunluğu 20 cm, genişliği 10 cm, yüksekliği 8 cm olan üstü açık bir karton kutu yapmak için kaç santimetrekare karton gerekir?

3 Taban ayrıtları 6 cm ve 6 cm, yüksekliği 25 cm olan bir meyve suyu kutusu kaç mililitre meyve suyu alır?

4 Ölçüleri 50 cm, 40 cm ve 30 cm olan dikdörtgenler prizması biçimindeki bir su deposu tamamen doludur. Depoda kaç litre su vardır?

A) 6 L
B) 60 L
C) 600 L
D) 6000 L

Özetleyelim: Yüzey alanı hesaplanırken hangi yüzler dikkate alınır?

Durum	Yüz sayısı	Yüzey alanına katılanlar
Kapaklı kutu	6	Bütün yüzler
Üstü açık kutu	5	Üst yüz hariç
Duvarları ve tavanı boyanan oda	5	Zemin hariç; kapı ve pencerenin alanı çıkarılır.
Yalnız duvarları boyanan oda	4	Zemin ve tavan hariç; kapı ve pencerenin alanı çıkarılır.

Notlarım



2 Sığdırma Problemleri

Bir konteynere, kamyona ya da dolaba kaç koli sığacağını bulmak için hacim bilgisini kullanırız. Ancak yalnızca hacimleri bölmek her zaman doğru sonucu vermez, çünkü koliler bölünemez. Daha güvenilir bir strateji, kabın her ayrıtı boyunca kaç koli sığdığını bulup bu sayıları çarpmaktır.

Tanım Sığdırma problemi

Bir kabın içine bölünemeyen eş cisimlerden en fazla kaç tanesinin yerleştirilebileceğini bulmaya sığdırma problemi denir. Çözümde her ayrıt boyunca sığan cisim sayısı ayrı ayrı bulunur ve bu sayılar çarpılır.

Sığdırma problemlerinde strateji

1	2	3	4
Bileşenleri belirle	**Her ayrıtı böl**	**Sayıları çarp**	**Kontrol et**
Kabın iç ölçüleri ve kolinin ayrıtları	Her yönde kaç koli sığar?	Toplam koli sayısı	Boşluk kaldı mı? Hacimlerle karşılaştır.

Bir örnek inceleyelim. İç ölçüleri 600 cm, 240 cm ve 240 cm olan bir konteynere ayrıtları 60 cm, 40 cm ve 40 cm olan koliler, uzun ayrıtları konteynerin uzunluğu boyunca olacak biçimde yerleştirilecek. Uzunluk boyunca $600 \div 60 = 10$, genişlik boyunca $240 \div 40 = 6$, yükseklik boyunca $240 \div 40 = 6$ koli sığar. Toplam $10 \times 6 \times 6 = 360$ koli sığar. Bu örnekte hiç boşluk kalmaz. Bu yüzden hacimleri bölerek de aynı sonuca ulaşırız: Konteynerin hacmi $600 \times 240 \times 240 = 34\,560\,000$ cm³, bir kolinin hacmi $60 \times 40 \times 40 = 96\,000$ cm³'tür ve $34\,560\,000 \div 96\,000 = 360$ olur.

Örnek 2: Hacimleri bölmek yeter mi?

Soru: İç ölçüleri 120 cm, 100 cm ve 100 cm olan bir kasaya ayrıtları 50 cm olan küp biçimli koliler yerleştirilecek. Kasaya en fazla kaç koli sığar?

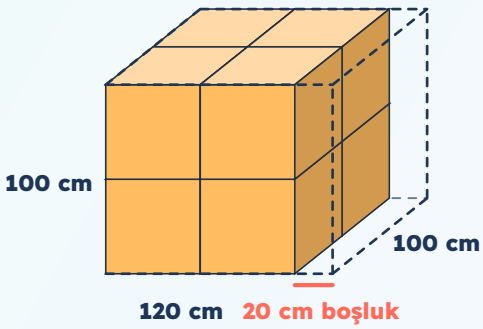
Anlayalım: Kasanın ve kolinin ölçüleri verilmiştir. Koliler bölünemez.

Planlayalım: Önce hacimleri bölerek bir tahmin yapalım, sonra her ayrıt boyunca kaç koli sığdığını bulalım.

Çözelim: Kasanın hacmi 120 × 100 × 100 = 1 200 000 cm³, kolinin hacmi 50 × 50 × 50 = 125 000 cm³'tür. Hacimleri bölersek 1 200 000 ÷ 125 000 = 9,6 buluruz. Bu sonuca göre 9 koli sığacağını düşünebiliriz. Şimdi ayrıtlara bakalım: 120 cm boyunca 2 koli sığar ve 20 cm boşluk kalır. 100 cm boyunca 2, yine 100 cm boyunca 2 koli sığar. Kasaya en fazla 2 × 2 × 2 = **8 koli** sığar.

Kontrol edelim: Kalan 20 cm'lik boşluğa 50 cm'lik bir koli sığmaz. Hacim bölmesi boşlukları hesaba katmadığı için yanıltıcı bir sonuç vermiştir. Bu problemde stratejimizi değiştirerek doğru sonuca ulaştık.

Kasaya yerleştirilen küp biçimli koliler



Küp koli: 50 cm

2 × 2 × 2 = 8 koli

120 ÷ 50 → 2 koli, 20 cm artar

Bağlantı: Standart konteynerler

Dünyada yük taşımacılığında standart ölçülere sahip konteynerler kullanılır. Ölçüler standart olduğu için aynı konteyner bir gemiden trene, trenden tıra kolayca aktarılır ve üst üste düzgünce dizilir. Konteynerlerin, kolilerin ve depoların dikdörtgenler prizması biçiminde yapılması aradaki boşlukları azaltır; böylece yer ve yakıt daha verimli kullanılır.



Ne öğrendik?

1. Ayrıtları 30 cm, 20 cm ve 10 cm olan koliler, iç ölçüleri 90 cm, 60 cm ve 50 cm olan bir dolaba yerleştirilecek. Kolilerin 30 cm'lik ayrıtı dolabın 90 cm'lik, 20 cm'lik ayrıtı 60 cm'lik ayrıtı boyunca olacaktır. Dolaba kaç koli sığar?

2. Ayrıtı 40 cm olan küp biçimli koliler, iç ölçüleri 100 cm, 80 cm ve 80 cm olan bir kasaya yerleştirilecek. Kaç koli sığar? Hacimleri bölerek bulunan sonuçla karşılaştırınız.

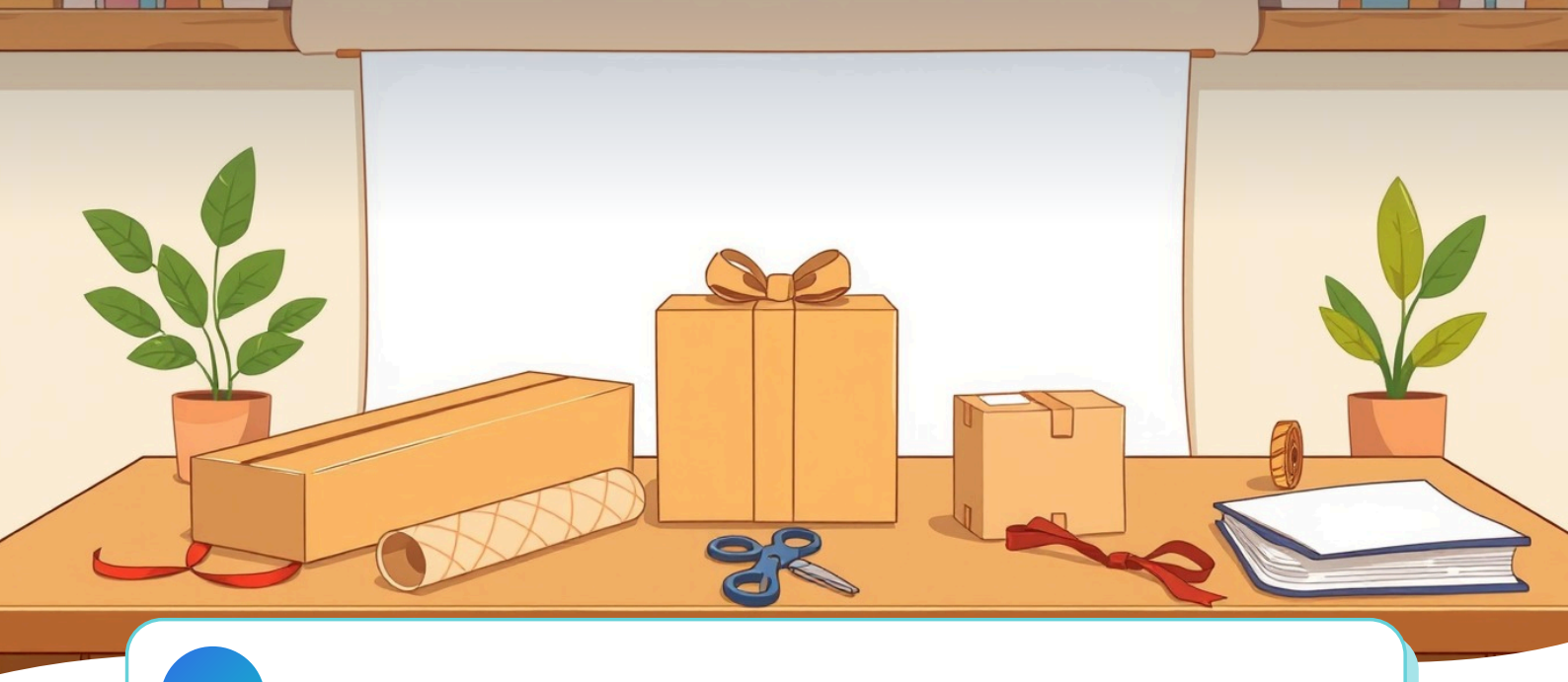
3. Sığdırma problemlerinde yalnızca hacimleri bölmenin neden yanıltıcı olabileceğini kendi cümlelerinizle açıklayınız.

4. İç ölçüleri 400 cm, 200 cm ve 150 cm olan bir kamyon kasasına ayrıtı 50 cm olan küp biçimli koliler yerleştirilecek. Kasaya en fazla kaç koli sığar?

A) 48 B) 72
C) 96 D) 120

Özetleyelim: Hacimleri bölmek ne zaman yeter?

Durum	Hacimleri bölme	Ayrıtlara ayrı bakma
Kabın her ayrıtı kolinin ayrıtına tam bölünür (konteyner: 600 ÷ 60, 240 ÷ 40, 240 ÷ 40).	360 koli: doğru	10 × 6 × 6 = 360 koli
Bir ayrıt tam bölünmez (kasa: 120 cm boyunca 2 koli, 20 cm boşluk).	9,6 → 9 koli: yanlış	2 × 2 × 2 = 8 koli
Sonuç	Boşluk kalmıyorsa güvenilirdir; boşluk kalıyorsa yanıltabilir.	Boşlukları da hesaba kattığı için daha güvenilirdir.



3 Aynı Hacim, Farklı Yüzey Alanı

Bir fabrika, 24 eş küp biçimli sabunu tek bir kutuya koymak istiyor. Sabunlar farklı biçimlerde dizilebilir. Kutuların hepsinin hacmi aynıdır: 24 birim küp. Peki kutuları yapmak için aynı miktarda karton mu gerekir? Her dizilişin yüzey alanını hesaplayalım.

Tanım Birim küp ve hacim

Ayrıtı 1 birim olan küpe birim küp denir. Bir dikdörtgenler prizmasının hacmi, onu oluşturan birim küplerin sayısına eşittir. Bu yüzden 24 birim küple yapılan her prizmanın hacmi 24 birim küptür.

24 birim küpten oluşan prizmalar

	Hacim	Yüzey alanı
1 × 1 × 24	24 birim küp	$2 \times (1 + 24 + 24) = 98$ br²
1 × 2 × 12	24 birim küp	$2 \times (2 + 12 + 24) = 76$ br²
1 × 3 × 8	24 birim küp	$2 \times (3 + 8 + 24) = 70$ br²
1 × 4 × 6	24 birim küp	$2 \times (4 + 6 + 24) = 68$ br²
2 × 2 × 6	24 birim küp	$2 \times (4 + 12 + 12) = 56$ br²
2 × 3 × 4	24 birim küp	$2 \times (6 + 8 + 12) = 52$ br²

Tablo bize önemli bir bilgi verir: **Aynı hacme sahip prizmaların yüzey alanları farklı olabilir.** Bu örnekte en çok kartonu uzun ve ince 1 × 1 × 24 kutusu, en az kartonu 2 × 3 × 4 kutusu gerektirir. Ayrıt uzunlukları birbirine yaklaştıkça, yani kutu küpe benzedikçe yüzey alanı azalmıştır. Bu yüzden ürün ambalajları tasarlanırken hem ürünün sığması hem de malzemenin verimli kullanılması düşünülür.

Bir örnek daha: Aynı karşılaştırmayı küp oluşturamayan 16 birim küple yapalım. En küçük yüzey alanı, küpe en yakın 2 × 2 × 4 prizmasınındır.

Prizma	Yüzey alanı	Kutunun biçimi
1 × 1 × 16	$2 \times (1 + 16 + 16) = 66$ br²	Uzun, ince çubuk
1 × 2 × 8	$2 \times (2 + 8 + 16) = 52$ br²	Uzun, dar şerit
1 × 4 × 4	$2 \times (4 + 4 + 16) = 48$ br²	İnce, kare levha
2 × 2 × 4	$2 \times (4 + 8 + 8) = 40$ br²	Küpe en yakın kutu

AMBALAJ



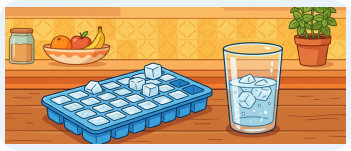
Aynı ürünü daha az kartonla paketlemek hem malzeme hem de para tasarrufu sağlar.

SÜT KUTUSU



Prizma biçimli kutular rafa ve koliye aralarında boşluk kalmadan dizilir.

BUZ KALIBI



Ayrıtı 2 cm olan bir buz küpü 8 küçük küpe bölünürse toplam hacim 8 cm³ kalır ama toplam yüzey alanı 24 cm²'den 48 cm²'ye çıkar.

Örnek 3: Genelleme geçerli mi?

Soru: "Aynı hacimdeki prizmalar arasında küpe en yakın olanın yüzey alanı en küçüktür." genellemesini 8 birim küpten oluşan prizmalarla deneyiniz.

Anlayalım: 8 birim küple oluşturulabilecek bütün prizmaları bulup yüzey alanlarını karşılaştırmalıyız.

Planlayalım: Çarpımı 8 olan üç doğal sayıyı sıralı biçimde yazalım ve her prizmanın yüzey alanını hesaplayalım.

Çözelim: 1 × 1 × 8 prizmasının yüzey alanı $2 \times (1 + 8 + 8) = 34$ br²'dir. 1 × 2 × 4 prizmasının yüzey alanı $2 \times (2 + 4 + 8) = 28$ br²'dir. 2 × 2 × 2 küpünün yüzey alanı $6 \times 4 = 24$ br²'dir.

Kontrol edelim: Üç prizmanın hacmi de 8 birim küptür. En küçük yüzey alanı 24 br² ile küpe aittir. Bu örnek genellemeyi destekler.

Ne öğrendik?

1. On iki birim küpten oluşturulabilecek bütün dikdörtgenler prizmalarını yazıp yüzey alanlarını bulunuz. Hangisinin yüzey alanı en küçüktür?

2. Yirmi yedi birim küp için 3 × 3 × 3 ve 1 × 3 × 9 biçimindeki kutulardan hangisi daha az karton gerektirir?

3. “Hacimleri eşit olan prizmaların yüzey alanları da eşittir.” ifadesi doğru mudur? Bir örnekle açıklayınız.

4. On sekiz birim küpten oluşturulan aşağıdaki prizmalardan hangisinin yüzey alanı en küçüktür?

A) 1 × 1 × 18
B) 1 × 2 × 9
C) 1 × 3 × 6
D) 2 × 3 × 3

Özetleyelim: Yüzey alanını kısa yoldan hesaplayalım. Karşılıklı yüzler eş olduğu için her yüz çiftinin alanı iki kez sayılır. Örnek: 4 × 3 × 2 prizması

Yüz çifti	Bir yüzün alanı	Çiftin alanı
Taban ve üst yüz	uzunluk × genişlik = 4 × 3 = 12 br²	2 × 12 = 24 br²
Ön ve arka yüz	uzunluk × yükseklik = 4 × 2 = 8 br²	2 × 8 = 16 br²
Sağ ve sol yüz	genişlik × yükseklik = 3 × 2 = 6 br²	2 × 6 = 12 br²
Toplam	12 + 8 + 6 = 26 br²	2 × 26 = 52 br²

Notlarım



4 Strateji Geliştirelim ve Kontrol Edelim

Problem çözerken önce sonucu tahmin etmek, işlemlerin doğru yolda olup olmadığını anlamamıza yardım eder. Çözümden sonra sonucun gerçek hayatta anlamlı olup olmadığını kontrol ederiz. Örneğin boya kutusu ya da koli sayısı doğal sayı olmalıdır. Aynı problemi farklı stratejilerle de çözebiliriz; örneğin birimleri işlemden önce ya da sonra çevirebiliriz.

Tanım Tahmin ve kontrol etme

Çözüme başlamadan önce sonucun yaklaşık değerini söylemeye **tahmin** denir. Çözümden sonra sonucu tahminle ve gerçek hayatla karşılaştırmaya **kontrol etme** denir.

Oda boyama problemi: Tahmin, hesap ve kontrol

Boyanacak yüzler
4 duvar ve tavan boyanır.
Zemin boyanmaz.

➤

Alan hesabı
Duvarlar: 54 m²
Tavan: 20 m²
Toplam: 74 m²

➤

Kapı ve pencere
74 − (2 + 4) = 68 m²
boyanacak alan

➤

Kutu sayısı
68 ÷ 15 ≈ 4,5
Bölünemez: 5 kutu

Notlarım

Örnek 4: Odayı boyayalım

Soru: Uzunluğu 5 m, genişliği 4 m, yüksekliği 3 m olan bir odanın duvarları ve tavanı boyanacaktır. Odada alanı 2 m² olan bir kapı ve alanı 4 m² olan bir pencere vardır. Bir kutu boya 15 m² alanı boyamaya yetiyorsa en az kaç kutu boya alınmalıdır?

Anlayalım: Boyama yüzey alanı gerektirir. Zemin boyanmaz; kapı ve pencere de boyanmaz.

Planlayalım: Dört duvar ile tavanın alanlarını toplayıp kapı ve pencerenin alanlarını çıkaralım. Sonra boya kutusu sayısını bulalım. Tahminimiz: Yaklaşık 70 m² boyanacaksa 4 ya da 5 kutu gerekir.

Çözelim: Duvarlar $2 \times (5 \times 3) + 2 \times (4 \times 3) = 30 + 24 = 54$ m². Tavan $5 \times 4 = 20$ m². Toplam $54 + 20 = 74$ m². Kapı ve pencere çıkarılınca $74 - 6 = 68$ m² kalır. Dört kutu $4 \times 15 = 60$ m² boyar ve yetmez. Beş kutu 75 m² boyar. En az **5 kutu** boya alınmalıdır.

Kontrol edelim: Sonuç tahminimizle uyumludur. Boya kutusu bölünemediği için $68 \div 15$ işleminin sonucunu bir üst doğal sayıya tamamlamak gerekir.

Örnek 5: Su deposu

Soru: Ölçüleri 2 m, 1,5 m ve 1 m olan dikdörtgenler prizması biçimindeki bir su deposu tamamen doludur. Bir ailede günde 150 L su kullanılıyorsa depodaki su kaç gün yeter? Problemi iki farklı yolla çözünüz.

Çözüm: 1. yol: Önce hacmi metreküp olarak bulalım: $2 \times 1{,}5 \times 1 = 3$ m³. Bir metreküp 1000 L olduğundan depoda 3000 L su vardır. **2. yol:** Önce uzunlukları desimetreye çevirelim: 20 dm, 15 dm ve 10 dm. Hacim $20 \times 15 \times 10 = 3000$ dm³ = 3000 L olur. İki yolla da aynı sonuca ulaştık. Su $3000 \div 150 =$ **20 gün** yeter.

Su yükselmesi stratejisi: İçinde su bulunan bir kaba bir cisim tamamen batırıldığında su seviyesi yükselir (su taşmadığı sürece). Yükselen suyun hacmi, batırılan cismin hacmine eşittir. Örneğin taban ölçüleri 40 cm ve 25 cm olan bir akvaryuma bir taş tamamen batırıldığında su 3 cm yükselirse taşın hacmi $40 \times 25 \times 3 = 3000$ cm³ olur. Bu strateji, düzgün biçimi olmayan cisimlerin hacmini bulmak için de kullanılabilir.

Özetleyelim: Su yükselmesi stratejisi ne zaman doğru sonuç verir?

Durum	Ne olur?	Ne yapmalıyız?
Cisim tamamen batar, su taşmaz.	Yükselen suyun hacmi cismin hacmine eşittir.	Taban alanını yükselme miktarıyla çarparız.
Cismin bir kısmı suyun üstünde kalır.	Yükselen su yalnız batan kısmın hacmine eşittir.	Cismi ince bir çubukla bastırıp tamamen batırırız.
Su kaptan taşar.	Yükselen su cismin hacminden az görünür.	Taşan suyu da ölçüp ekleriz.
Kabın tabanı çok geniştir.	Su çok az yükselir, ölçmek zorlaşır.	Tabanı daha dar bir kap seçeriz.

Etkinlik 2

Performans görevi: En az kartonla ambalaj



Grubunuzla 36 eş küp biçimli lokum için bir kutu tasarlayınız. Her lokumun ayrıtı 2 cm'dir.

1. Lokumların kutuya kaç farklı biçimde dizilebileceğini birim küplerle ya da tabloyla gösteriniz.
2. Her dizilişin kutu ölçülerini santimetre olarak yazıp hacmini ve yüzey alanını hesaplayınız.
3. Sonucu önce tahmin ediniz: Hangi kutu en az kartonu gerektirir? Sonra hesaplarınızla karşılaştırınız.
4. Seçtiğiniz kutunun açınımını kartona çizip kutuyu yapınız.
5. Seçiminizi gerekçesiyle sınıfa sununuz. Tasarımınızda kullanım kolaylığını da göz önüne alınız.

★ PUANLAMA ANAHTARI

Ölçüt	Tam (3)	Kısmen (2)	Henüz değil (1)
Bileşenleri belirleme	Bütün dizilişler ve ölçüler doğru belirlenmiş	Dizilişlerin bir kısmı eksik	Ölçüler belirlenmemiş
Hesaplama	Hacim ve yüzey alanları doğru	Hesaplamaların bir kısmı doğru	Hesaplamalar yanlış
Tahmin ve kontrol	Tahmin yapılmış, sonuçla karşılaştırılmış	Tahmin var, karşılaştırma eksik	Tahmin yapılmamış
Ürün ve sunum	Kutu ölçülere uygun, seçim gerekçeli	Kutu ya da gerekçe eksik	Kutu yapılmamış

Tuzağa düşme!

Yanılgı avı: Prizma problemleri

- ✗ "Bir kutuyu boyamak için kutunun hacmini buluruz." → ✓ Boyamak, kaplamak ve ambalajlamak için **yüzey alanı** bulunur.
- ✗ "Kaç koli sığacağını bulmak için hacimleri bölmek her zaman yeterlidir." → ✓ Ayrıtlar tam bölünmüyorsa boşluk kalır; her ayrıt boyunca kaç koli sığdığına **ayrı ayrı** bakılır.
- ✗ "Hacimleri eşit olan prizmaların yüzey alanları da eşittir." → ✓ 1 × 1 × 8 ve 2 × 2 × 2 prizmalarının hacmi eşit, yüzey alanları **farklıdır**.
- ✗ "Üstü açık bir kutunun yüzey alanı da 6 yüzün alanları toplamıdır." → ✓ Üstü açık kutuda **5 yüz** vardır.
- ✗ "68 ÷ 15 yaklaşık 4,5 olduğu için 4 kutu boya yeter." → ✓ Boya kutusu bölünemez; **bir üst doğal sayıya** tamamlanır: 5 kutu.

Ne öğrendik?

1. Uzunluğu 4 m, genişliği 3 m, yüksekliği 3 m olan bir odanın yalnızca duvarları boyanacaktır. Odadaki pencerenin alanı 2 m²'dir. Bir kutu boya 12 m² alanı boyamaya yetiyorsa en az kaç kutu boya gerekir?

2. Ölçüleri 1 m, 1 m ve 2 m olan dolu bir su deposundan günde 250 L su kullanılırsa depodaki su kaç gün yeter?

3. Taban ölçüleri 30 cm ve 20 cm olan bir kaba bir cisim tamamen batırıldığında su 2 cm yükseliyor. Cismin hacmi kaç santimetreküptür?

4. Ölçüleri 10 m, 5 m ve 2 m olan bir havuz, yüksekliğinin yarısına kadar suyla doludur. Havuzda kaç litre su vardır?

A) 5000 L
B) 50 000 L
C) 100 000 L
D) 500 000 L

Özetleyelim: Bölme sonucu doğal sayı çıkmazsa cevabı problemin durumu belirler.

Problem	Bölme	Cevap	Neden?
50 m² duvar, bir kutu boya 12 m² boyar.	50 ÷ 12 ≈ 4,2	5 kutu	Duvarın tamamı boyanmalıdır: bir üst doğal sayı.
100 kitap, bir koliye 30 kitap girer.	100 ÷ 30 ≈ 3,3	4 koli	Bütün kitaplar taşınmalıdır: bir üst doğal sayı.
1000 L su, günde 300 L kullanılır.	1000 ÷ 300 ≈ 3,3	3 tam gün	Dördüncü gün su yetmez: bir alt doğal sayı.
130 cm raf, kutunun ayrıtı 40 cm.	130 ÷ 40 = 3,25	3 kutu	Artan 10 cm'ye kutu sığmaz: bir alt doğal sayı.

Konu Testi

✓ Ne öğrendik?

Aşağıdaki soruları dikkatle okuyunuz. Her sorunun doğru seçeneğini işaretleyiniz.

1 Bir spor salonunda dikdörtgenler prizması biçimli bir havuz yapılıyor. Havuzun iç yüzeyi seramikle kaplanacak, sonra havuza dolacak su miktarı hesaplanacaktır. Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) Seramik için yüzey alanı, su için hacim bulunur.
B) Seramik için hacim, su için yüzey alanı bulunur.
C) İkisi için de hacim bulunur.
D) İkisi için de yüzey alanı bulunur.

2 Bir kuyumcu, üstü açık bir mücevher kutusunun dış yüzünü deriyle kaplayacaktır. Kutu 12 cm uzunlukta, 8 cm genişlikte ve 5 cm yükseklikte bir prizmadır. Deri kalınlığı dikkate alınmayacağına göre en az kaç santimetrekare deri gerekir?

A) 200
B) 296
C) 392
D) 480

3 Bir mağazada ayrıtı 25 cm olan küp biçimli kutular, bir dolaba yerleştirilecektir. Dolabın iç kısmı 150 cm uzunlukta, 80 cm genişlikte ve 60 cm yüksekliktedir. Kutular bölünemediğine göre dolaba en fazla kaç kutu sığar?

A) 36
B) 46
C) 54
D) 72

4 Bir oyuncakçı, 30 eş küp biçimli bloğu tek bir kutuya yerleştirecek ve kartondan tasarruf etmek istiyor. Aşağıdaki kutulardan hangisinin yüzey alanı en küçüktür?

A) $1 \times 1 \times 30$
B) $1 \times 3 \times 10$
C) $1 \times 5 \times 6$
D) $2 \times 3 \times 5$

5 Bir bahçıvan, bir saksı kasasını toprakla dolduracaktır. Kasa 1 m uzunlukta, 50 cm genişlikte ve 40 cm yüksekliktedir; toprak 30 cm yüksekliğe kadar konacaktır. Kasaya kaç litre toprak girer?

A) 15 L
B) 120 L
C) 150 L
D) 200 L

6 Bir bilim kulübü, tabanının kenarları 50 cm ile 40 cm olan prizma şeklindeki bir kaba bir maden parçasını tamamen batırmıştır. Su seviyesi 2,5 cm yükseldiğine ve su taşmadığına göre maden parçasının hacmi kaç santimetreküptür?

A) 92,5
B) 2000
C) 5000
D) 50 000

KENDİME NOT

Bu konuda	Evet	Kısmen	Henüz değil
Bir problemde yüzey alanının mı, hacmin mi istendiğine karar verebiliyorum.			
Üstü açık kutu ve oda boyama gibi problemlerde gereken yüzleri seçebiliyorum.			
Sığdırma problemlerini her ayrıtı ayrı ayrı inceleyerek çözebiliyorum.			
Aynı hacimli prizmaların yüzey alanlarını karşılaştırabiliyorum.			
Sonucu tahmin edip çözümümü kontrol edebiliyorum.			

Notlarım

Cevap Anahtarı

Ön Değerlendirme

1. **D.** Dikdörtgenler prizmasının karşılıklı yüzleri eş olan 6 yüzü vardır.
2. **Y.** Kutuyu kaplamak için gereken kâğıt yüzey alanıyla bulunur; hacim kutunun içini doldurmayla ilgilidir.
3. **D.** Hacim $2 \times 3 \times 5 = 30$ cm³'tür.
4. **D.** 1 dm³ $= 1$ L olduğundan hacmi 1 dm³ olan kap 1 L su alır.
5. **Y.** 1 m³ $= 1000$ L olduğundan hacmi 1 m³ olan depo 1000 L su alır.

1. Problemi Anlayalım: Yüzey Alanı mı, Hacim mi?

1. Hediye kutusu: yüzey alanı. Havuz: hacim. Duvarları boyamak: yüzey alanı. Şeker sığdırmak: hacim.
2. Taban $20 \times 10 = 200$ cm². Ön ve arka $2 \times (20 \times 8) = 320$ cm². Yanlar $2 \times (10 \times 8) = 160$ cm². Toplam 680 cm².
3. Kutunun hacmi $6 \times 6 \times 25 = 900$ cm³ $= 900$ mL.
4. **B.** Deponun hacmi $50 \times 40 \times 30 = 60\,000$ cm³ $= 60$ L.

2. Sığdırma Problemleri

1. Ayrıtlar boyunca $90 \div 30 = 3$, $60 \div 20 = 3$, $50 \div 10 = 5$ koli sığar. Toplam $3 \times 3 \times 5 = 45$ koli.
2. 100 cm boyunca 2 koli sığar, 20 cm artar. 80 cm boyunca 2, yine 80 cm boyunca 2 koli sığar: $2 \times 2 \times 2 = 8$ koli. Hacimleri bölersek $640\,000 \div 64\,000 = 10$ buluruz; bu sonuç boşlukları hesaba katmadığı için yanlıştır.
3. Örnek: Koliler bölünemez. Kabın bir ayrıtı kolinin ayrıtına tam bölünmüyorsa boşluk kalır ve bu boşluğa koli sığmaz.
4. **C.** Ayrıtlar boyunca $400 \div 50 = 8$, $200 \div 50 = 4$, $150 \div 50 = 3$ koli sığar. Toplam $8 \times 4 \times 3 = 96$ koli.

3. Aynı Hacim, Farklı Yüzey Alanı

1. Dört prizma vardır: $1 \times 1 \times 12$ için 50 br², $1 \times 2 \times 6$ için 40 br², $1 \times 3 \times 4$ için 38 br², $2 \times 2 \times 3$ için 32 br². En küçük yüzey alanı $2 \times 2 \times 3$ prizmasınındır.
2. Küpün ($3 \times 3 \times 3$) yüzey alanı $6 \times 9 = 54$ br², $1 \times 3 \times 9$ prizmasınınki $2 \times (3 + 9 + 27) = 78$ br²'dir. Küp daha az karton gerektirir.

3. Doğru değildir. Örnek: 1 × 1 × 8 ve 2 × 2 × 2 prizmalarının hacmi 8 birim küptür ama yüzey alanları 34 br² ve 24 br²'dir.
4. **D.** Yüzey alanları sırasıyla 74, 58, 54 ve 42 br²'dir.

4. Strateji Geliştirelim ve Kontrol Edelim

1. Duvarlar 2 × (4 × 3) + 2 × (3 × 3) = 24 + 18 = 42 m². Pencere çıkarılınca 40 m². Üç kutu 36 m² boyar ve yetmez. En az 4 kutu gerekir.
2. Deponun hacmi 1 × 1 × 2 = 2 m³ = 2000 L. Su 2000 ÷ 250 = 8 gün yeter.
3. Cismin hacmi 30 × 20 × 2 = 1200 cm³'tür.
4. **B.** Suyun yüksekliği 1 m'dir: 10 × 5 × 1 = 50 m³ = 50 000 L.

Konu Testi

1. **A.** Kaplamak yüzey alanı, su doldurmak hacim gerektirir; B bunların yerini ters söyler, C ve D ise ikisini aynı işlem sanır.
2. **B.** Üstü açık kutuda 5 yüz vardır: taban 12 × 8 = 96 cm², ön ve arka 2 × (12 × 5) = 120 cm², yanlar 2 × (8 × 5) = 80 cm²; toplam 296 cm². 200 yalnız yan yüzlerin, 392 altı yüzün toplamıdır; 480 ise hacmin sayısal değeridir.
3. **A.** Ayrıtlar boyunca 150 ÷ 25 = 6, 80 ÷ 25 = 3, 60 ÷ 25 = 2 kutu sığar; toplam 6 × 3 × 2 = 36. Hacimleri bölen 46 sonucu boşlukları hesaba katmadığı için yanlıştır.
4. **D.** Yüzey alanları sırasıyla 122, 86, 82 ve 62 br²'dir; kutu küpe en çok 2 × 3 × 5 ölçülerinde benzer.
5. **C.** Toprağın hacmi 100 × 50 × 30 = 150 000 cm³ = 150 L'dir. 200 L kasanın tam dolu hâlidir, 15 L ondalık kayması, 120 L ise genişlik yerine yüksekliğin kullanılmasıdır.
6. **C.** Yükselen suyun hacmi parçanın hacmine eşittir: 50 × 40 × 2,5 = 5000 cm³. 2000 yalnız taban alanıdır, 50 000 ise 25 cm yükselmiş gibi hesaplamaktan, 92,5 ise ölçüleri toplamaktan çıkar.

Notlarım